

ФГОС ООО:
формирование
метапредметных умений
на уроках математики

5 класс

ДИДАКТИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ



Управление образования администрации
Петропавловск-Камчатского городского округа

**ФГОС ООО:
формирование
метапредметных умений
на уроках математики**

5 класс

ДИДАКТИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ

Авторы-составители:

*А. Е. Шевчук, Н. А. Фомина, В. В. Русанова,
И. С. Обухова, О. А. Вегержинская*

Петропавловск-Камчатский
Камчатский ИРО
2017

УДК 372.851 (072)

ББК 74.262.21

Ф11

Печатается по решению отдела образования
Управления образования администрации
Петропавловск-Камчатского городского округа

Ф11 ФГОС ООО: формирование метапредметных умений на уроках математики : 5 класс : дидактическое пособие / авт.-сост. А. Е. Шевчук, Н. А. Фомина, В. В. Русанова, И. С. Обухова, О. А. Вегержинская ; отв. ред. А. В. Шохина ; Упр. образования адм. ПКГО. — Петропавловск-Камчатский : Камч. ИРО, 2017. — 75 с.

В данном сборнике представлены задания, ориентированные на формирование конкретных метапредметных умений, стимулирующие учащихся на активную деятельность по поиску их решения. В формулировке таких заданий не теряется предметная составляющая, но явно указывается, какой «продукт» является результатом решения. Задания сформулированы на базе предмета «Математика» для учащихся 5-х классов.

Пособие адресовано учителям математики для использования в профессиональной деятельности.

УДК 372.851 (072)

ББК 74.262.21

© Авторы-составители, 2017

© Упр. образования адм. ПКГО, 2017

© Камч. ИРО, 2017

Оглавление

Предисловие	4
Глава 1	
НАТУРАЛЬНЫЕ ЧИСЛА И ДЕЙСТВИЯ НАД НИМИ	
1.1. Натуральные числа	6
1.2. Сложение и вычитание натуральных чисел	7
1.3. Умножение и деление натуральных чисел	15
Глава 2	
ДРОБНЫЕ ЧИСЛА И ДЕЙСТВИЯ НАД НИМИ	
2.1. Обыкновенные дроби. Сложение и вычитание обыкновенных дробей с одинаковым знаменателем. Задачи на нахождение дроби от числа, числа по его дроби	22
2.2. Обыкновенные дроби с разными знаменателями	31
2.3. Десятичные дроби (тест)	35
2.4. Сложение и вычитание десятичных дробей (тест)	37
2.5. Умножение десятичных дробей (тест)	39
2.6. Деление десятичных дробей (тест)	41
2.7. Решение задач с десятичными дробями	43
Глава 3	
ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ	
3.1. Плоскость, прямая, луч	46
3.2. Угол	52
3.3. Отрезок	54
3.4. Ломаная	57
3.5. Многоугольники	63
3.6. Многогранники	69
Библиографический список	74
Сведения об авторах	75

Предисловие

В методической литературе в настоящее время наблюдается существенный недостаток метапредметных заданий, решение которых требует владения тем или иным метапредметным умением.

Для обеспечения школьникам необходимого уровня сформированности таких умений каждым учителем-предметником должна проводиться целенаправленная работа. Ему необходимы дидактические материалы, предназначенные для формирования различных видов УУД во время урока. Их содержание должно быть инвариантным по отношению к содержанию обучения и вариативным — к уровню изложения материала.

В данном дидактическом пособии представлены задания, ориентированные на формирование конкретного метапредметного умения, стимулирующие учащихся на активную деятельность по поиску их решения. В формулировке данных заданий не теряется предметная составляющая, но явно указывается, какой «продукт» является результатом решения. Пособие адресовано учителям, работающим по учебнику «Математика. 5 класс» и является дополнением к УМК авторов А. Г. Мерзляка, В. Б. Полонского, М. С. Якира.

Цель — помочь учителю наиболее эффективно организовать, осуществлять и контролировать учебный процесс на уроках математики в 5-м классе.

Пособие состоит из трех глав.

- Глава 1 «Натуральные числа и действия над ними» охватывает понятия натуральных чисел и действий над ними.

- Глава 2 «Дробные числа и действия над ними» рассматривает понятия обыкновенных и десятичных дробей, сложение и вычитание обыкновенных дробей с одинаковыми и разными знаменателями, действия сложения, вычитания,

умножения и деления десятичных дробей. Работа с десятичными дробями представлена тестовыми заданиями.

- Глава 3 «Геометрические задачи» включает понятия геометрических фигур: плоскость, прямая, луч, ломаная, многоугольник и многогранник.

Задания повышенного уровня сложности отмечены знаком *.

Главные действующие лица, герои мультфильма «Смешарики», помогут пятиклассникам справиться с решением ряда заданий.

Отдел образования Управления образования администрации Петропавловск-Камчатского городского округа выражает благодарность авторам-составителям за создание данного дидактического пособия.

Глава I

Натуральные числа и действия над ними

1.1. Натуральные числа

1. Какую ошибку допустил докладчик? «Как известно, неосторожное обращение с огнем часто ведет к беде. Я приведу только две цифры: за этот период в округе было 677 пожаров, в которых пострадали 22 человека».

2. Запишите цифрами числа, встречающиеся в тексте.

а) История Петропавловска-Камчатского начинается с середины восемнадцатого века, когда на берегу Авачинской бухты была оборудована зимняя стоянка для кораблей Витуса Беринга, отправляющихся к берегам далекой Америки. Интенсивное развитие города началось только в тридцатые годы двадцатого века. Сейчас Петропавловск-Камчатский довольно крупный город, большой порт и центр таинственной и далекой Камчатки. Камчатский край занимает территорию приблизительно четыреста шестьдесят тысяч квадратных километров, из которой двести девяносто две тысячи квадратных километров приходится на Корякский округ, и простирается с юга на север почти на одну тысячу шестьсот километров.



б) Город лежит гораздо южнее Москвы, но климат тут далеко не южный. Главным образом, умеренный муссонный, в центре — умеренный континентальный, на севере — субарктический, средняя температура июля плюс двенадцать градусов Цельсия, количество осадков — до одной тысячи

миллиметров в год. Среднесуточная температура самого теплого месяца — августа — тринадцать градусов.

в) Численность населения Камчатского края на первое января две тысячи шестнадцатого года составляла три тысячи шестнадцать человек согласно данным Росстата о предварительной оценке численности населения.

3. Запишите и прочитайте число, которое образуется, если записать число 86:

- а) три раза подряд б) пять раз подряд

Ответ: 868686; 8686868686

4. Сколько всего существует двузначных чисел? А трехзначных?

Решение

Двузначные числа — это 10, 11, 12, 13 ... 99. Всего $99 - 9 = 90$. Аналогично трехзначных чисел: $999 - 99 = 900$.

Ответ: 90 двузначных и 900 трехзначных

5. В книге пронумерованы страницы с первой по сто семьдесят вторую. Сколько цифр напечатано при нумерации страниц?

Ответ: 408 цифр

6. Запишите цифру, которую можно поставить вместо звездочки *, чтобы получилось верное неравенство, рассмотрите все возможные варианты:

- а) $536* < 5364$ в) $2*056 < 2756$
б) $23335 > 233*2$ г) $*567 > 7567$

1.2. Сложение и вычитание натуральных чисел

7. Крош с Ёжиком пилили бревно. Они сделали 10 распилов. Сколько получилось чурбачков?

Ответ: 11 чурбачков

8. Нюша разрезала бублик на сектора. Сделала 10 разрезов. Сколько получилось секторов?

Ответ: 10 кусков

9. Чем объяснить, что в задачах 7 и 8 ответы разные?

Ответ: когда на части режут бублик, число разрезов и число секторов совпадает, поскольку один разрез нужен для того, чтобы «сделать» из бублика бревно.

10. Из книги выпало несколько страниц. Номер первой выпавшей страницы — 35, а последней — 74. Сколько страниц выпало?

Решение

Посмотрим страницы с 1-й по 74-ю. Из них в выпавший кусок не входят страницы с 1-й по 34-ю. Значит, выпало $74 - 34 = 40$ страниц.

Ответ: 40 страниц

11. Смешарики Ежик, Крош и Нюша вспомнили, что Совунья приглашала их после обеда на пирожки. Ребята решили посоревноваться между собой, кто быстрее добегит до Совуньи. Ежик добежал за 60 минут, Крош за 3600 секунд, а Нюша за 1 час. Кто из ребят прибежал быстрее?



Ответ: прибежали одновременно

12. В коллекции Карыча есть 82 марки с изображением перелетных птиц, зимующих птиц и птиц, занесенных в Красную книгу. Марок с зимующими птицами у него на 17 больше, чем с перелетными, и на 13 меньше, чем с занесенными в Красную книгу. Сколько всего марок в коллекции у Карыча?



Решение

- 1) $82 + 17 = 99$ (марок) с зимующими птицами
- 2) $82 + 13 = 95$ (марок) с занесенными в Красную книгу
- 3) $82 + 99 + 95 = 276$ (марок) всего.

Ответ: 276 марок в коллекции Карыча

13. Подставьте вместо квадратиков такие числа, чтобы равенства оказались верными:

а) $219 + 314 + \square = 1314$

б) $89 + \square + 74 + \square = 200$

в) $387 + \square + \square + 13 = 1000$

Ответ:

- а) 781 — дополнение числа 219 до 1000;
- б) например, 11 и 26 — дополнение чисел 89 и 74 до 100;
- в) любые два числа, составляющие в сумме 600

14. В клетки квадрата запишите такие числа, чтобы сумма чисел по любой вертикали и горизонтали была равна 100.

23	41	
	34	19

Данное упражнение направлено на закрепление сочетательного свойства сложения.

Ответ:

23	41	36
30	25	45
47	34	19

15. Прочитайте задачи.

1) Лосяш и Кар-Карыч отправились в гости к Пину от реки. Лосяш поехал на велосипеде со скоростью 20 км/ч и через 45 минут приехал к Пину. Кар-Карыч в гости к Пину полетел со скоростью 30 км/ч. Кто быстрее добрался в гости к Пину?



2) Ежик и Крош помогали Копатычу сажать рассаду кукурузы. Чтобы ребятам было не обидно, Копатыч раздал им одинаковое количество рассады. Ежик сажал со скоростью 20 кукуруз в час в течение 3 часов. Кто из ребят быстрее посадил рассаду.



Выполни задания и ответь на вопросы:

- Сравните задачи.
- Какая задача не имеет решения?
- Составьте схему к этой задаче.
- Какой информации не хватает в условии задачи?
- Где можно найти эту информацию? Какое число подойдет нам для решения задачи?
- Дополните задачу недостающими сведениями и решите ее.

16. Найдите ошибки в решениях:

- $45 - (25 + 17) = 37$
- $90 - 67 = 23$
- $764 - (264 + 40) = 460$
- $301 - (20 + 201) = 120$
- $56 - 36 - 7 = 13$
- $(200 + 67) - 100 = 33$
- $1200 - 1100 - 40 = 1060$
- $32 + 13 - 5 = 40$
- $56 + 8 + 12 - 26 = 50$
- $75 - 31 - 9 + 15 = 50$

17. Что больше: сумма 11 слагаемых, каждое из которых равно 19, или сумма 19 слагаемых, каждое из которых равно 11?

Ответ:

$$\underbrace{19 + 19 + \dots + 19}_{11 \text{ раз}} = 19 \cdot 11; \quad \underbrace{11 + 11 + \dots + 11}_{19 \text{ раз}} = 11 \cdot 19$$

По переместительному свойству умножения $19 \cdot 11 = 11 \cdot 19$, значит, указанные суммы равны.

18. В таблице представлены результаты наблюдений за погодой в течение четырёх месяцев. Заполните последний столбец таблицы. Используя таблицу, ответьте на вопросы.

Месяц	Погода			Всего
	Ясно	Пасмурно	Переменная облачность	
Декабрь	5	19	7	
Январь	9	10	12	
Февраль	7	15	6	
Март	10	10	11	

- а) В каком месяце было больше всего ясных дней?
 б) Сколько ясных дней было за всю зиму?

19. Опираясь на распределительный закон умножения, вместо квадратов запишите числа или буквенные выражения, чтобы равенства были верными:

а) $(35 + a) \cdot 2 = \square + 2a$

б) $(\square - \square) \cdot 10 = 140 - 10x$

в) $\square \cdot (4m - \square) = 20m - 15$

г) $3b - 12 = (b - 4) \cdot \square$

д) $\square + \square = 7 \cdot (y + 11)$

е) $9c + \square = (9 + 6) \cdot \square$

Ответ:

а) $(35 + a) \cdot 2 = 70 + 2a$

б) $(14 - x) \cdot 10 = 140 - 10x$

в) $5 \cdot (4m - 3) = 20m - 15$

г) $3b - 12 = (b - 4) \cdot 3$

д) $7y + 77 = 7 \cdot (y + 11)$

е) $9c + 6c = (9 + 6) \cdot c$

20. Смешарики весной решили провести субботник и очистить поляну от мусора, скопившегося за зиму. Для этого они разбились на три группы. За день группа №1 собрала 18 мешков мусора, вторая группа на 3 мешка больше. Какая группа смешариков собрала больше мешков мусора, если все они вместе собрали 55 мешков? (Составь алгебраическую модель условия задачи).



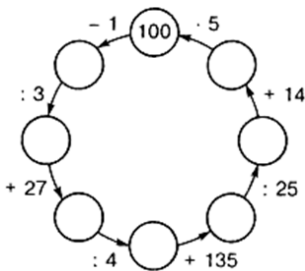
21. Вместо квадратиков запишите такие числа, чтобы все уравнения имели один и тот же корень 2:

а) $3x + 5 = \square$

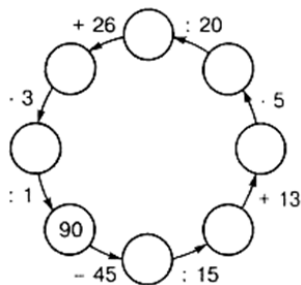
б) $3x - 4 = \square$

в) $\square - 11x = 12$

22. Восстановите цепочку вычислений:



а



б

23. Ежик и Нюша помогают Лосяшу расставлять книги в библиотеке на стеллаже длиной 100 см. Лосяш хочет расставить книги следующим образом: на первой полке поставить книги по истории, на второй — детективы, а на третьей — энциклопедии. Получится ли расставить книги так, как хочет Лосяш, если известно, что 18 книг по истории шириной 5 см, 25 детективов шириной 4 см, а 15 энциклопедий шириной 7 см?



24. Придумайте задачу, которая решалась бы с помощью уравнения:

а) $x - 12 = 18$

б) $6x + 10x + 5x = 189$

25. Ученик решал уравнение $16 \cdot 2x = 4$ следующим образом:

$$16 \cdot 2x = 4$$

$$2x = 16 : 4$$

$$2x = 4$$

$$x = 4 : 2$$

$$x = 2$$

Найдите ошибку в решении.

26. Решите с помощью уравнения задачу.

а) Лосяш задумал число. Если к этому числу прибавить 87 и к полученной сумме прибавить 21, то будет 305. Какое число задумал Лосяш?

б) Карыч задумал число. Если к этому числу прибавить 111 и от полученной суммы отнять 13, то будет 235. Какое число задумал Карыч?

Ответ: а) 197; б) 137

27. В детском саду на утреннике детям раздавали конфеты. Всего было 234 конфеты. Мальчикам досталось по 4 конфеты, а девочкам — по 5. На следующий праздник решили сделать так, чтобы и мальчикам, и девочкам досталось по 6 конфет. Сколько конфет решили раздать детям на следующий праздник, если число девочек и мальчиков одинаково?

Решение

1) $4 + 5 = 9$ (конфет) мальчику и девочке

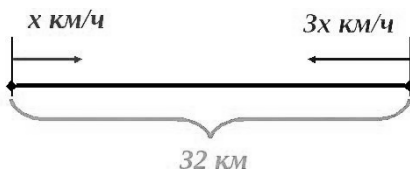
2) $234 : 9 = 26$ (ребят) мальчиков и девочек по отдельности

3) $26 \cdot 2 = 52$ (ребенка) всего в детском саду

4) $52 \cdot 6 = 312$ (конфет)

Ответ: в следующий раз решили раздать 312 конфет

28. По схеме составьте задачу, которая решалась бы уравнением: $2x + 6x = 32$.



29. В библиотеке Лосяша на двух книжных полках стояли книги — всего 12 штук. Сколько книг стояло на каждой полке, если после того как Лосяш с первой на вторую переставил столько книг, сколько стояло на второй, то на обеих полках стало книг поровну?

Решение

- 1) $12 : 2 = 6$ (книг) стояло на полках
- 2) $6 : 2 = 3$ (книги) стояло сначала на второй полке
- 3) $12 - 3 = 9$ (книг) стояло сначала на первой полке

Ответ: на первой полке стояло 3 книги, на второй полке — 9 книг

30. Соедините стрелками левую часть, представляющую собой буквенные выражения, с правой частью, где записаны их названия.

$a + b = b + a$	Сочетательное свойство сложения
$(a + b) + c = a + (b + c)$	Переместительное свойство сложения
$a - (b + c) = a - b - c$	Правило вычитания суммы из числа
$(a + b) - c = a + (b - c)$	Правило вычитания числа из суммы
$(a + b) - c = b + (a - c)$	Правило вычитания суммы из числа
$a - 0 = a$	Свойство нуля при сложении
$a + 0 = a$	Свойство нуля при вычитании

1.3. Умножение и деление натуральных чисел

31. Найдите числа, которых не хватает в цепочке вычислений:



32. В своем саду Копатыч посадил фруктовые деревья в 10 рядов. В каждом ряду посажено по 5 груш и по 7 яблонь. Сколько всего деревьев посажено в саду?

Решение

I способ: $(7 + 5) \cdot 10 = 120$

II способ: $7 \cdot 10 + 5 \cdot 10 = 120$

Ответ: 120 деревьев

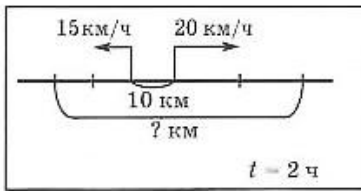
33. Два пешехода движутся по прямой дороге навстречу друг другу со скоростью 5 км/ч. Первоначальное расстояние между ними — 10 км. Муха, которая летает со скоростью 14 км/ч, взлетает с первого пешехода, летит по прямой ко второму, садится на него и, не теряя ни секунды, летит обратно к первому пешеходу, потом снова ко второму и так далее. Какое расстояние пролетит муха к тому моменту, когда пешеходы встретятся?



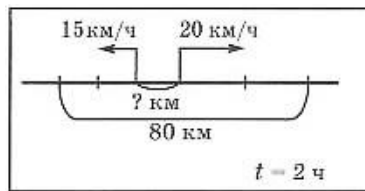
Решение

Если пешеходы идут со скоростью 5 км/ч, то они встретятся через час, за это время муха пролетит $14 \cdot 1 = 14$ км.

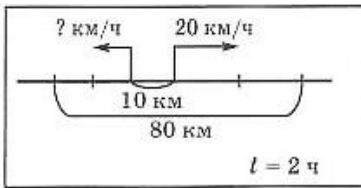
34. Составьте задачи по схемам и решите их.



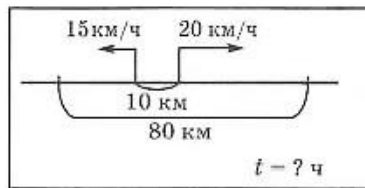
a



б



в



г

35. Пин за месяц изготовил 240 деталей, а его ученик — в 3 раза меньше деталей. Составьте вопросы к условию задачи. Решите задачу по поставленным вопросам.

Ответ:

- 1) Сколько деталей изготовил ученик за месяц?
 $240 : 3 = 80$ деталей
- 2) Сколько деталей изготовили Пин и ученик вместе?
 $240 + 80 = 320$ деталей
- 3) Сколько месяцев потребовалось бы ученику на изготовление всех этих деталей?
 $320 : 80 = 4$ месяца

Или на изготовление нормы Пина потребуется времени в 3 раза больше, т. е.

$$1 + 3 = 4 \text{ месяца}$$

36. Запишите предложения в виде числовых выражений и найдите их значения.

- а) Произведение суммы чисел 63, 18 и 19 на число десятков в тысяче.
- б) Произведение суммы чисел 44 и 56 на разность чисел 44 и 39.

в) Вычтешь из половины суммы чисел 240 и 150 половину их разности.

г) Частное от деления разности 85 и 27 и суммы 7 и 22.

37. Два ученика решали уравнение $2(x+1)=18$ так:

$$2(x+1)=18$$

$$2x+1=18$$

$$2x=18-1$$

$$2x=17$$

$$x=17:2$$

$$x=8,5$$

$$2(x+1)=18$$

$$2x+2=18$$

$$2x=18-2$$

$$2x=16$$

$$x=16:2$$

$$x=8$$

Найдите верное решение. Объясните свой выбор. Сделайте проверку.

38. Опираясь на распределительный закон умножения, вместо квадратиков запишите такие числа, чтобы равенства были верными:

а) $5 \cdot (10 + 6) = \square + \square$

б) $4 \cdot (\square + \square) = 16 + 20$

в) $\square \cdot (11 - 7) = \square - 21$

г) $20 \cdot (\square - \square) = 80 - 60$

д) $(\square + 11) \cdot 3 = 21 + \square$

е) $(7 + 8) \cdot \square = 70 + \square$

ж) $(\square - 12) \cdot 5 = 150 - \square$

Ответ:

а) $5 \cdot (10 + 6) = 50 + 30$

б) $4 \cdot (4 + 5) = 16 + 20$

в) $3 \cdot (11 - 7) = 33 - 21$

г) $20 \cdot (4 - 3) = 80 - 60$

д) $(7 + 11) \cdot 3 = 21 + 33$

е) $(7 + 8) \cdot 10 = 70 + 80$

ж) $(30 - 12) \cdot 5 = 150 - 60$

39. Найдите выражения, значения которых равны, и выполните задание:

- а) $(128 + 57) \cdot 36$ г) $43 \cdot 25 + 62 \cdot 25$
б) $(1355 - 955) \cdot 68$ д) $(43 + 62) \cdot 25$
в) $1355 \cdot 68 - 955 \cdot 68$ е) $128 \cdot 36 + 57 \cdot 36$

- 1) Какой способ решения выбран?
- 2) Назовите математическое свойство, на основании которого равны эти выражения.
- 3) Запишите это свойство в виде равенства.
- 4) Сравните свою запись с такой: $(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$.
- 5) Сделайте вывод.

40. Определите, какие высказывания, связанные с данным примером, истинные, а какие — ложные:

$$324 \cdot 105 - 78150 : 75 + 6092 =$$

- 1) Второе действие в примере — вычитание.
- 2) В первом действии ответ 34020.
- 3) Во втором действии ответ больше 1000.
- 4) Окончательный ответ в примере 39100.

41. Обозначьте наименьшую из величин x и постройте математическую модель задачи. Найдите x и ответьте на поставленный вопрос.

42. Три девицы под окном пряли поздно вечерком. Вторая девица напярла в 2 раза больше пряжи, чем первая, а третья — в 3 раза больше, чем первая. Все вместе они напярли 4 кг 800 г пряжи. Сколько пряжи напярла в этот вечер каждая девица?

43. При каком значении z сумма $5z$ и $15z$ равна 840?

44. В клетки квадрата запишите такие недостающие числа, чтобы произведение чисел по любой вертикали и горизонтали было равно 480.

	6	
		24
12		2

Ответ:

8	6	10
5	4	24
12	20	2

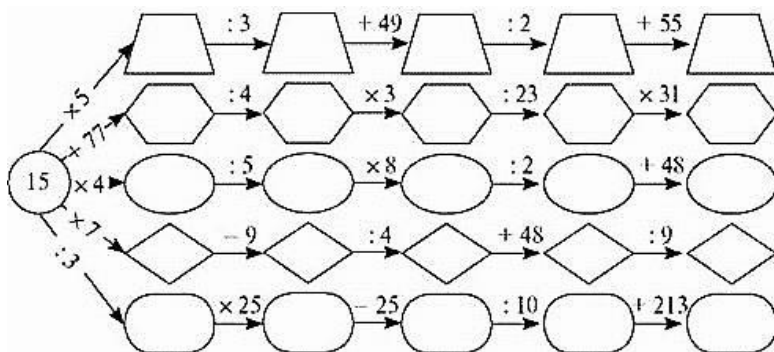
45. Факториалом натурального числа n (обозначается $n!$) называется произведение всех натуральных чисел от 1 до n включительно. Например:

$$3! = 1 \cdot 2 \cdot 3,$$

$$12! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 11 \cdot 12.$$

Во сколько раз $50!$ больше, чем $49!$?

46. Заполните цепочку вычислений.



47. Три заготовителя собрали 240 кг лекарственных трав. Первый собрал 87 кг, а первый и второй вместе — 174 кг. Сформулируйте вопросы к данному тексту и ответьте на них.

48. Привезли 12 ящиков яблок по 30 кг в каждом и 8 ящиков груш по 40 кг в каждом. Какой смысл имеют следующие выражения:

а) $30 \cdot 12$

в) $40 \cdot 8$

д) $30 \cdot 12 + 40 \cdot 8$

б) $12 - 8$

г) $40 - 30$

е) $30 \cdot 12 - 40 \cdot 8$

1) Сколько привезли ящиков яблок?






2) Сколько привезли ящиков груш?

3) Сколько килограммов яблок в одном ящике?

4) Сколько килограммов груш в одном ящике?

- 5) Какой смысл имеет выражение $12 - 8$?
- 6) Какой смысл имеет выражение $40 - 30$?
- 7) Какой смысл имеет выражение $30 \cdot 12$?
- 8) Какой смысл имеет выражение $40 \cdot 8$?
- 9) Какой смысл имеет выражение $30 \cdot 12 + 40 \cdot 8$?
- 10) Какой смысл имеет выражение $30 \cdot 12 - 40 \cdot 8$?

49. Смешарики отправились в гости к Пину. Установите, в каком порядке следовали друзья? Для этого выполните вычисления и изобразите точками на числовом луче полученные ответы.

Точка К	Точка Н	Точка С	Точка Ё	Точка Б
				

Точка К: $125 \cdot 40 - 9992 : 2 =$

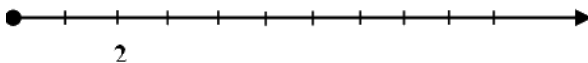
Точка Н: $125 \cdot 8 : 25 - 38 =$

Точка С: $145 \cdot 102 - 11424 : 56 - 14580 =$

Точка Ё: $5 : (72 - 4 \cdot 18) =$

Точка Б: $25 \cdot 40 - 999 =$

Кто идет впереди всех? Каким по счету идёт Бараш?



50. Верно ли утверждение?

- 1) Решить уравнение — значит найти все его корни или убедиться, что корней нет.
- 2) $(a + b) + c = a + (b + c)$ — переместительное свойство сложения.

- 3) Если произведение равно нулю, то хотя бы один из множителей равен нулю.
- 4) Если один из множителей равен нулю, то произведение равно другому множителю.


51. Лимоны одинаковой массы продают поштучно. Масса каждого лимона составляет целое число граммов. Купили больше двух, но меньше семи лимонов. Масса всей покупки составила 850 г. Какова масса одного лимона?

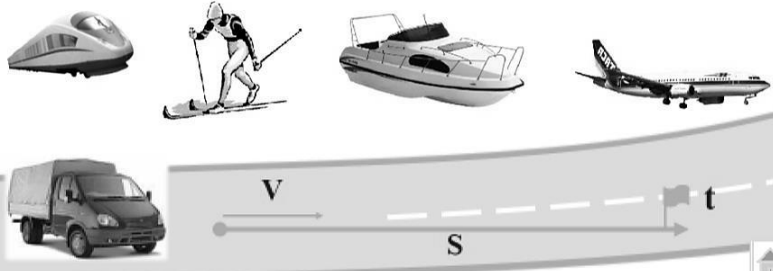
Решение

По условию купили: $2 < x < 7$ лимонов, значит $x = 3, 4, 5, 6$. 850 без остатка делится только на 5, поэтому купили 5 лимонов: $850 : 5 = 170$ (г) — масса лимона.

Ответ: 170 г

52. Составьте задачи по данным таблицы, используя рисунки.

	V	72 км/час	5 км/час	?
	t	2 ч	?	2 ч
	S	?	15 км	26 км



The images include a high-speed train, a person on skis, a motorboat, an airplane, and a delivery van. Below these images is a diagram of a road with a dashed line representing a path. A solid arrow labeled 'V' points to the right, and a longer solid arrow labeled 'S' also points to the right. A flag on a pole is at the end of the path, with a solid arrow labeled 't' pointing to it.

Глава 2

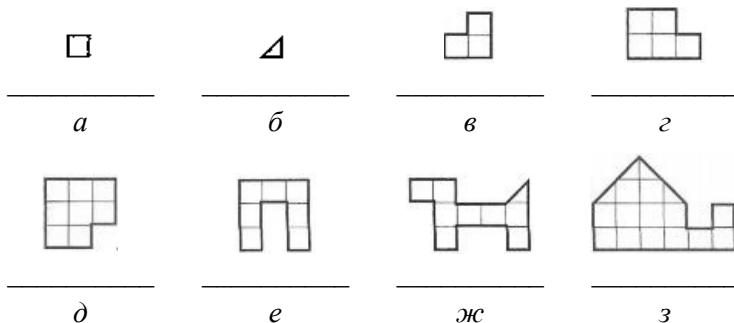
Дробные числа и действия над ними

2.1. Обыкновенные дроби.

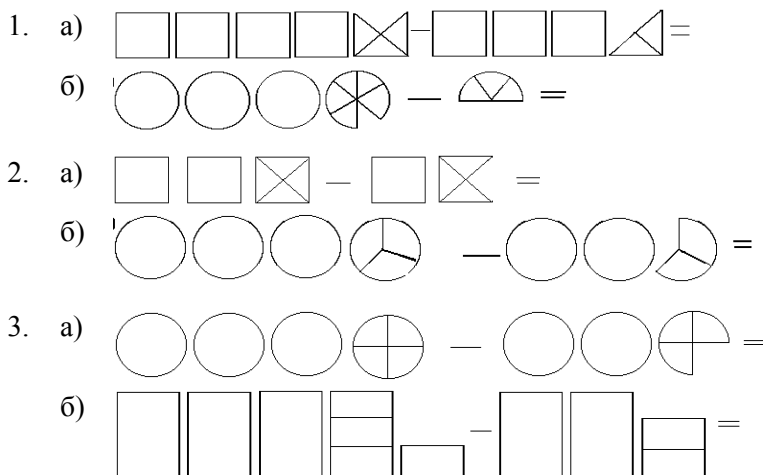
Сложение и вычитание обыкновенных дробей.

**Задачи на нахождение дроби от числа,
числа по его дроби**

1. Если $\square\square$ — это 1, то чем будут следующие фигуры?
Запишите ответы в виде дроби.



2. Запишите ответы в виде дроби:



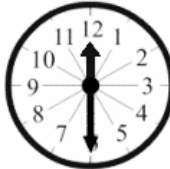
3. Поверните стрелки часов:

Поверните
большую стрелку
этих часов
на четверть круга



а

Поверните
маленькую стрелку
этих часов
на $\frac{5}{6}$ круга



б

Поверните
маленькую стрелку
этих часов
на $\frac{5}{4}$ круга



в

4. Даны дроби: $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{2}$, $\frac{6}{6}$, $\frac{2}{7}$, $\frac{7}{2}$. Какие из них являются правильными?

- а) $\frac{3}{4}$, $\frac{6}{6}$, $\frac{2}{7}$ б) $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{7}$ в) $\frac{5}{2}$, $\frac{6}{6}$, $\frac{7}{2}$

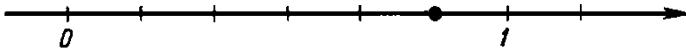
Ответ: б

5. Даны дроби: $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{7}{6}$, $\frac{7}{7}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{5}{2}$. Какие из них являются неправильными?

- а) $\frac{3}{2}$, $\frac{7}{6}$, $\frac{7}{7}$ б) $\frac{3}{2}$, $\frac{7}{6}$ в) $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{5}{2}$

Ответ: а

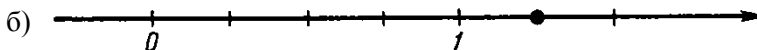
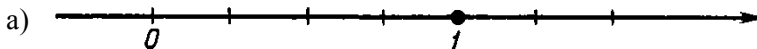
6. Какое число отмечено точкой на координатной прямой?



- а) $\frac{6}{5}$ б) $\frac{6}{7}$ в) $\frac{5}{6}$

Ответ: в

7. На каком рисунке отмечено точкой число $\frac{5}{4}$?



Ответ: б

8. Какое из чисел $\frac{5}{6}$, $\frac{6}{5}$, $\frac{7}{5}$ или $\frac{7}{6}$ находится между числами 1 и $1\frac{1}{5}$?

Ответ: $\frac{7}{6}$

9. Найдите значение выражения наиболее удобным способом:

$$\frac{1}{15} + \frac{2}{15} + \frac{3}{15} + \frac{4}{15} + \dots + \frac{14}{15}$$

Ответ: 7

10. В свободные клетки квадрата запишите такие числа, чтобы сумма чисел по любой горизонтали, вертикали и диагонали была равна:

а) $1\frac{4}{11}$ б) $18\frac{15}{19}$

а)

$\frac{4}{11}$		$\frac{2}{11}$
$\frac{8}{11}$		

б)

	$6\frac{5}{19}$	$8\frac{7}{19}$
		$7\frac{6}{19}$

11. Найдите ошибку:

а) 1) $\frac{13}{17} + \frac{6}{17} = 1\frac{2}{17}$
 3) $\frac{29}{36} - \frac{18}{36} = \frac{11}{36}$
 5) $\frac{16}{37} + \frac{14}{37} - \frac{4}{37} = \frac{26}{37}$

2) $\frac{3}{5} + \frac{4}{5} = \frac{7}{10}$
 4) $\frac{27}{50} + \frac{33}{50} = 1$
 6) $\frac{49}{50} - \frac{23}{50} - \frac{16}{50} = 0$

б) 1) $5\frac{3}{7} + 2\frac{2}{7} = 7\frac{5}{7}$
 3) $7 - 4\frac{17}{19} = 3\frac{2}{19}$
 5) $9\frac{7}{11} - 3\frac{9}{11} = 6\frac{2}{11}$

2) $6\frac{3}{7} - 5\frac{2}{7} = 1\frac{1}{7}$
 4) $9\frac{7}{11} + 3\frac{4}{11} = 12$
 6) $23\frac{11}{23} + 15\frac{18}{23} = 39\frac{6}{23}$

12. Вместо квадратов запишите такие числа, чтобы получились верные равенства:

а) $8\frac{\quad}{13} + \square\frac{10}{13} = 12\frac{17}{13} = 13\frac{\quad}{13}$

б) $6\frac{\quad}{9} - \square\frac{8}{9} = 3\frac{5}{9}$

в) $6\frac{\quad}{17} - \frac{9}{17} + 7\frac{\quad}{17} = 12\frac{6}{17}$

13. Найдите натуральные значения x , при которых будет верным неравенство $1\frac{2}{7} < \frac{x}{7} < 2\frac{3}{7}$.

Ответ: $x = \{10, 11, 12, 13, 14, 15, 16\}$

14. При каких натуральных значениях b дробь $\frac{4b+1}{17}$ будет правильной?

Ответ: $b = \{1, 2, 3\}$

15. При каких натуральных значениях b дробь $\frac{25-3b}{4}$ будет неправильной?

Ответ: $b = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

16. В следующих утверждениях вместо звездочек * запишите такие числа, чтобы эти утверждения были истинными:

1) $\frac{6}{7}$ от 70 равно *

2) $\frac{*}{3}$ от 15 равно 10

3) $\frac{4}{*}$ от 30 равно 24

4) $\frac{9}{11}$ от * равно 36

17. Коммерсант рассчитывал получить прибыль от продажи товара не меньше $\frac{1}{4}$ той цены, по которой он купил товар. Оправдался ли его расчет, если он купил товар на 3600 руб, а продал за 4800 руб.

Ответ: да

18. Столб, врытый в землю на $\frac{2}{5}$ своей длины, возвышается над землёй на 3 м. Определите высоту столба.

Ответ: 5 м

19. На вершине утёса, высота которого $43\frac{2}{5}$ м над уровнем моря, построен маяк. На высоте $32\frac{4}{5}$ м от основания маяка находится фонарь. На какой высоте над уровнем моря находится фонарь маяка?

Ответ: $76\frac{1}{5}$ м



20. На вопрос «Который час?» ответили, что оставшаяся часть суток равна $\frac{3}{8}$ целых суток. Который был час?

Ответ: 3 часа дня

21. Сыну 8 лет, его возраст составляет $\frac{2}{9}$ возраста отца. А возраст отца — $\frac{3}{5}$ возраста бабушки. Сколько лет бабушке?

Ответ: 60 лет

22. Продолжительность жизни тигра 20 лет, что составляет $\frac{4}{9}$ продолжительности жизни медведя и $\frac{2}{7}$ возраста слона. Какова продолжительность жизни слона и медведя.

Ответ: 45 лет медведю, 70 лет слону

23. Продолжительность жизни животных Камчатки составляет: евражки — до 3 лет, антура (камчатский тюлень) — до 30 лет, камчатского соболя — до 18 лет. Составьте задачу, используя эти данные.



Евражка



Антур



Соболь

24. Когда турист проехал $\frac{3}{8}$ всего пути между двумя городами, то до половины пути ему осталось проехать ещё 15 км. Найти расстояние между городами.

Ответ: 120 км

25. Площадь огорода, имеющего вид прямоугольника, равна $1\frac{3}{4}$ га. Длина этого огорода равна 250 м. Найдите его ширину.

Ответ: 70 м

26. Любительница сладостей Нюша съела $\frac{7}{12}$ всех шоколадных конфет и $\frac{14}{15}$ всех карамелек. Число съеденных Нюшей шоколадных конфет и карамелек оказалось одинаковым. Сколько карамелек было у Нюши, если шоколадных конфет было 72?

Ответ: 45 карамелек

27. Бригада комбайнеров за три дня убрала урожай со 171 га земли. В первый день было убрано $\frac{2}{9}$ этой площади, а во второй — $\frac{5}{9}$. Сколько гектаров было убрано в третий день? Решите задачу несколькими способами. Как можно изменить условие, чтобы задача решалась меньшим количеством действий?

Ответ: 38 га

28. Задача начинается словами: «Крош за три дня собрал 70 ящиков моркови». Составьте три задачи с данным началом и одним из решений.



Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3
1) $70 : 5 \cdot 2 = 28$	1) $70 : 5 \cdot 2 = 28$	1) $70 : 5 \cdot 2 = 28$
2) $70 : 7 \cdot 3 = 30$	2) $28 : 7 \cdot 3 = 12$	2) $70 - 28 = 42$
3) $28 + 30 = 58$	3) $28 + 12 = 40$	3) $42 : 6 \cdot 5 = 35$
4) $70 - 58 = 12$	4) $70 - 40 = 30$	4) $42 - 35 = 7$

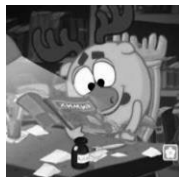
29. Прочитайте две задачи.

1) Расстояние между двумя городами 900 км. Два поезда вышли из этих городов навстречу друг другу. Скорость первого составляет 80 км/ч, скорость второго — $\frac{3}{4}$ скорости первого. На каком расстоянии друг от друга были поезда за 1 час до встречи?

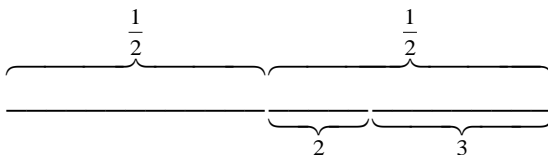
2) Велосипедист и пешеход одновременно отправились из одного посёлка в другой. Пешеход шел со скоростью 6 км/ч, что составляет $\frac{2}{5}$ скорости велосипедиста. Через сколько времени в посёлок придёт пешеход?

- Сравните задачи.
- Составьте схемы к задачам.
- Какая информация в условии задачи лишняя?
- Какой информации не хватает в условии задачи?
- Дополните задачу недостающими сведениями и решите ее.

30. На столе у Лосяша лежало несколько книг.

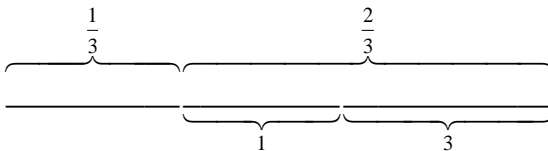


а) Когда Лосяш взял половину всех книг и еще 2 книги, то осталось 3 книги. Сколько книг лежало на столе у Лосяша?

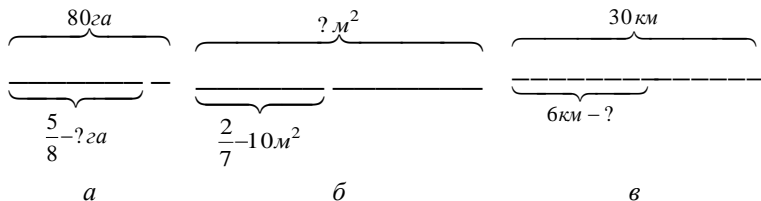


Ответ: 10 книг

б) Составьте и решите задачу по схеме:



31. Составьте и решите задачи по схеме. Придумайте и решите обратные для них.



Ответ: $64\frac{4}{180}$

32. Бараш и Копатыч играли в хоккей. Копатыч из 12 бросков забил 5 голов, а Бараш из 11 бросков забил 4 гола. Какой игрок признан за игру лучшим?



Решение

Результативность Копатыча $\frac{5}{12}$, а Бараша — $\frac{4}{11}$.

$$\frac{5}{12} = 1 - \frac{7}{12}, \frac{4}{11} = 1 - \frac{7}{11}. \frac{7}{12} < \frac{7}{11}, \text{ значит } \frac{5}{12} > \frac{4}{11}$$

33. В баке 45 литров воды, что составляет $\frac{3}{8}$ вместимости всего бака. Сколько литров воды нужно долить в бак, чтобы он заполнился?

Ответ: 75 л

34. $\frac{2}{5}$ числа равны 30. Чему равна $\frac{1}{3}$ часть этого числа?

Ответ: 25

35. В вазе лежали сливы. Сначала из нее взяли половину всех слив без 5, а затем $\frac{2}{3}$ оставшихся. После этого в вазе осталось 10 слив. Сколько было слив в вазе?

Ответ: 70 слив

36. Бараш, падая в колодец, пролетел в первую секунду $2\frac{9}{10}$ м, а в каждую следующую секунду на $9\frac{3}{10}$ м больше, чем в предыдущую. Какова глубина колодца, если Бараш коснулся воды в колодце через 3 секунды, уровень воды $\frac{9}{10}$ м?



Ответ: $19\frac{1}{2}$ м

37. Среди любителей литературы в школе $\frac{1}{8}$ — математики, а среди математиков — $\frac{1}{9}$ любителей литературы. Кого больше в школе литераторов или математиков?

Решение

Если число математиков среди всех литераторов составляет $\frac{1}{8}$, то чтобы найти количество всех литераторов, нужно количество математиков-литераторов умножить на 8, а чтобы

найти всех математиков, нужно это же количество математиков-литераторов умножить на 9. Следовательно, математиков больше.

38*. Не дождавшись трамвая на остановке A , мальчик пошел к следующей остановке B . Пройдя третью часть пути, он оглянулся и увидел, что к остановке A приближается трамвай. Если мальчик в этот момент побежит к остановке A или к остановке B , то он прибежит к каждой из них одновременно с приходом туда трамвая. Найдите скорость бега мальчика, считая ее постоянной (временем пребывания трамвая на остановку A пренебречь), если скорость трамвая равна 30 км/ч.

Решение

Всё движение трамвая и мальчика разбивается на две части: первая — движение мальчика и трамвая до прибытия трамвая на остановку A и вторая — движение мальчика и трамвая до прибытия трамвая на остановку B . Трамвай движется в одном и том же направлении, без изменений в направлении и скорости движения. У мальчика есть два варианта движения к трамваю.

Первый вариант. Мальчик бежит к остановке A . Но в этом случае о скорости мальчика ничего нельзя сказать, так как неизвестен путь, который пройден трамваем, и время, затраченное на данный путь.

Второй вариант. Если мальчик побежит к остановке B и пробежит половину пути между мальчиком и остановкой B ($1/3$ всего), то трамвай за это время как раз подойдет к остановке A (см. рис. 1).

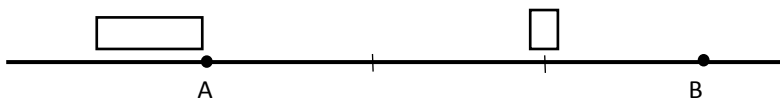


Рис. 1

После того как трамвай отправится к остановке B , мальчику останется пробежать третью часть расстояния между остановками A и B (см. рис. 2).

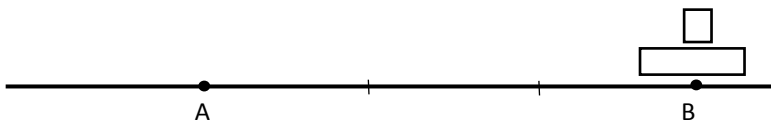


Рис. 2

На остановку B и трамвай, и мальчик придут одновременно. Трамвай за время, за которое мальчик пробежит треть пути, пройдет весь путь, т. е. в 3 раза больше скорости мальчика. А значит, и скорость мальчика будет в 3 раза меньше скорости трамвая: $30 : 3 = 10$ км/ч.

2.2. Обыкновенные дроби с разными знаменателями

39. Подставьте вместо квадратиков такие числа, чтобы равенства были верными:

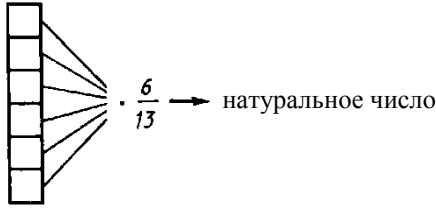
а) $3 \frac{5}{\square} + \frac{3}{4} = 8 \frac{10 + \square}{12} = 8 \frac{19}{12} = 9 \frac{\square}{12}$

б) $3 \frac{13}{\square} - 2 \frac{\square}{10} = 1 \frac{26 - 21}{30} = 1 \frac{5}{30} = 1 \frac{1}{\square}$

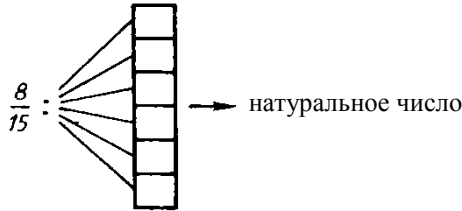
40. Вставьте в пустые клетки квадрата такие дроби, чтобы сумма чисел по любой горизонтали, вертикали и диагонали была равна $\frac{1}{4}$.

	$\frac{1}{12}$	
$\frac{2}{15}$		$\frac{1}{10}$

41. В каждый квадрат запишите дробь, которая не является натуральным числом и при умножении на $\frac{6}{13}$ даёт натуральное число.



42. В каждый квадрат запишите дробь, чтобы при делении $\frac{8}{15}$ на нее в частном получилось натуральное число.



43. Какие числа можно записать вместо звездочек *, чтобы равенства были верными?

а) $\frac{3}{8} \cdot \frac{*}{*} \cdot \frac{*}{*} = \frac{7}{9}$

б) $\frac{*}{*} \cdot \frac{5}{7} \cdot \frac{*}{*} = \frac{11}{13}$

44. Вместо квадратиков подставьте такие дроби, чтобы получилось верное равенство: $(\square + \square) \cdot \frac{5}{12} = \frac{5}{6}$.

45. Треть четверти числа равна 30. Чему равно целое число?

Ответ: 360

46. Половина трети числа равна 40. Чему равно целое число?

Ответ: 240

47. Петя тратит $\frac{1}{3}$ своего времени на игру в футбол, $\frac{1}{5}$ — на учебу в школе, $\frac{1}{6}$ — на просмотр кинофильмов, $\frac{1}{70}$ — на решение олимпиадных задач и $\frac{1}{3}$ — на сон. Можно ли так жить?

Ответ: нельзя

48. Бочки горючего хватает на 15 ч работы одного двигателя или на 12 ч другого. Первый двигатель работал 2 ч, а второй — 5 ч. Какая часть горючего осталась в бочке?

Ответ: $\frac{9}{20}$

49. Скорость полета воробья 35 км/ч. Скорость полета вороны составляет $\frac{6}{5}$ скорости полета воробья. Скворец летит со скоростью $\frac{7}{6}$ скорости вороны, а орел — со скоростью $\frac{10}{7}$ скорости скворца. Найдите скорость полета орла.

Ответ: 70 км/ч

50. В коробке лежат цветные и простые карандаши, причем цветные составляют $\frac{3}{7}$ всех карандашей. Из коробки вынули $\frac{3}{4}$ простых карандашей. Какую часть всех карандашей составляют простые карандаши, которые остались лежать в коробке?

Ответ: $\frac{1}{7}$

51. Сумма трех чисел равна 92. Первое число больше второго в $1\frac{2}{3}$ раза, а третье составляет $\frac{2}{5}$ второго. Найдите каждое из трех чисел.

Ответ: 50, 30, 12

52. Сумма трех чисел равна 115. Второе число составляет $\frac{1}{2}$ первого числа, а первое меньше третьего в $2\frac{1}{3}$ раза. Найдите каждое из трех чисел.

Ответ: 30, 15, 70

53. Вода при замерзании увеличивается на $\frac{1}{9}$ своего объёма. На какую часть своего объёма уменьшится лёд при превращении в воду?

Ответ: на $\frac{1}{10}$

54. Сначала цена товара снизилась на $\frac{1}{4}$, потом новая цена снизилась еще на $\frac{1}{4}$. На какую часть первоначальная цена уменьшилась после двух снижений?

Ответ: на $\frac{7}{16}$

55. Цена товара повысилась на $\frac{1}{5}$, потом новая цена снизилась на $\frac{1}{5}$. Дешевле или дороже стал стоить товар в результате этих изменений? На какую часть первоначальная цена уменьшилась или увеличилась после повышения и понижения?

Ответ: дешевле на $\frac{1}{25}$

56. Площадь квадрата со стороной $\frac{5}{8}$ дм равна площади прямоугольника, ширина которого равна $2\frac{1}{2}$ дм. Чему равна длина прямоугольника и его периметр?

Ответ: $\frac{5}{32}$ дм, $5\frac{5}{16}$ дм

57. Высота прямоугольного параллелепипеда, равная $1\frac{1}{5}$ дм, составляет $\frac{6}{7}$ его длины и в $1\frac{1}{2}$ раза больше ширины. Что больше и на сколько: объем параллелепипеда или объем куба с ребром $1\frac{1}{5}$ дм?

Ответ: объем куба больше на $\frac{48}{125}$ дм³

58. Найдите $\frac{3}{5}$ площади первого круга, радиус которого равен 10 см, и площадь второго круга, которая составляет $\frac{7}{20}$ площади первого круга. ($\pi \approx 3,14$)

Ответ: 188,4 см²

59. На сколько $\frac{2}{5}$ площади круга, радиус которого равен 5 м, меньше $\frac{3}{4}$ площади круга, радиус которого равен 4 м? ($\pi \approx 3,14$)

Ответ: на 6,28 см²

60. У хозяина квартиры есть 4 банки лака по 3 кг в каждой. Он покрыл пол в одной комнате, истратив для этого $\frac{1}{6}$ часть имеющегося лака. Площадь этой комнаты составляет $\frac{2}{10}$ площади всей квартиры. Хватит ли имеющегося лака для покрытия пола во всей квартире?

Ответ: хватит

61*. Что быстрее: а) проехать весь путь на велосипеде или б) $\frac{2}{3}$ пути — на мотоцикле, что в 2 раза быстрее, чем на велосипеде, и $\frac{1}{3}$ — пешком, что в 2 раза медленнее?

Ответ: одинаково

2.3. Десятичные дроби

Тест

Вариант 1

1. Какая десятичная дробь соответствует данному смешанному числу $12 \frac{17}{1000}$?

- а) 12,17 б) 12,017 в) 12,0017 г) 1,2017

Ответ: б

2. Какая десятичная дробь соответствует данной записи: три целых семь сотых?

- а) 0,37 б) 3,7 в) 3,07 г) 30,7

Ответ: в

3. 0,078 км надо выразить в метрах. Какой ответ правильный?

- а) 78 м б) 780 м в) 7,8 м г) 0,78 м

Ответ: а

4. 36 кг надо выразить в тоннах. Какой ответ правильный?

- а) 0,36 т б) 0,0036 т в) 0,00036 т г) 0,036 т

Ответ: г

5. Дроби расположены в порядке возрастания: 0,26; 0,2602; 0,236. Проверьте правильность выполнения задания.

Ответ: 0,236; 0,26; 0,2602

6. Отметьте на координатном луче точку $A(2, 7)$.

7. Сформулируйте задание к предложенному неравенству:

$$29,71 < x < 32,09$$

8. Лосяш придумал примеры на сравнение с размазанными цифрами. Помогите Лосяшу восстановить размазанные цифры.

- а) $2,*1 < 2,02$
б) $6,413 > 6,4*8$



в) $4,5^* > 4,593$

Ответ: а) 0; б) 0; в) 9

9. Нюша загадала Барашу загадку: какой знак надо поставить между цифрами 7 и 8, чтобы получилось число больше 7, но меньше 8? Помогите Барашу.



Ответ: 7, 8

10. Копатыч утверждал, что 3,7 меньше, чем 3,278. Ведь в первом числе цифр меньше, чем во втором. Прав ли Копатыч?



Ответ: нет

Вариант 2

1. Какая десятичная дробь соответствует данной обыкновенной дроби $\frac{28}{1000}$?

а) 2,08 б) 0,028 в) 0,28 г) 0,0028

Ответ: б

2. Какая десятичная дробь соответствует данной записи: ноль целых девять сотых?

а) 0,9 б) 0,0009 в) 0,09 г) 0,009

Ответ: в

3. Надо выразить в метрах 0,017 км. Какой ответ правильный?

а) 170 м б) 17 м в) 1,7 м г) 0,107 м

Ответ: б

4. 6 кг выразили в тоннах. Какой ответ правильный?

а) 0,06 т б) 0,0006 т в) 0,00006 т г) 0,006 т

Ответ: г

5. Дроби расположены в порядке убывания: 2,9; 2,902; 2,097. Проверьте правильность выполнения задания.

Ответ: 2,097; 2,9; 2,902

6. Отметьте на координатном луче точку $B(0,9)$.

7. Сформулируйте задание к предложенному неравенству: $13,5 < x < 15,71$

8. Лосяш придумал примеры на сравнение с размазанными цифрами. Помогите Лосяшу восстановить размазанные цифры.

а) $0,39826 < 0,3*845$

б) $1,892 < 1,*0765$

в) $5*,683 < 50,6*1$

Ответ: а) 9; б) 9; в) 0; 9



9. Нюша загадала Барашу загадку: какой знак надо поставить между цифрами 5 и 6, чтобы получилось число больше 5, но меньше 6? Помогите Барашу.

Ответ: 5, 6



10. Копатыч утверждал, что 25,63 равно 2,563. Ведь у них одни и те же цифры идут в одном и том же порядке. Прав ли Копатыч?

Ответ: нет



2.4. Сложение и вычитание десятичных дробей

Тест

Вариант 1

1. В каком пункте при сложении допущена ошибка?

а) $2,04 + 14 = 2,18$

в) $7,8 + 1,56 = 8,136$

б) $13,7 + 2,19 = 15,89$

г) $19,7 + 7,3 = 27$

Ответ: а, в

2. Вычислите сумму 8,4 и 4,75. Выберите правильный ответ.

а) 55,9

б) 13,15

в) 1,315

г) 12,79

Ответ: б

3. Вычислите разность 9,5 и 4,79. Выберите правильный ответ.

- а) 4,89 б) 5,89 в) 4,26 г) 4,71

Ответ: г

4. Вычислите периметр квадрата со стороной 15,7 см.

Ответ: 62,8 м

5. Стороны прямоугольника равны 10,42 см и 5,9 см. Что можно вычислить у прямоугольника. Сформулируйте вопрос, запишите формулу и вычислите.

Ответ: периметр; 32,64 см

6. Вычислите периметр треугольника со сторонами 4,7 см, 6,15 см и 7,25 см.

Ответ: 18,1 см

7. Вычислите удобным способом: $21,49 + 73,674 + 31,51$.

Ответ: $21,49 + 31,51 + 73,674 = 126,674$

Вариант 2

1. В каком пункте при сложении допущена ошибка?

- а) $3,07 + 12 = 3,19$ в) $1,5 + 1,59 = 3,09$
б) $15,8 + 2,26 = 38,4$ г) $4,3 + 11,7 = 16$

Ответ: а, б

2. Вычислите сумму 5,7 и 9,57. Выберите правильный ответ.

- а) 1,527 б) 14,64 в) 10,14 г) 15,27

Ответ: г

3. Вычислите разность 8,1 и 2,39. Выберите правильный ответ.

- а) 5,62 б) 6,81 в) 5,71 г) 5,89

Ответ: в

4. Вычислите периметр квадрата со стороной 9,7 см.

Ответ: 38,8 см

5. Стороны прямоугольника равны 9,4 см и 7,11 см. Что можно вычислить у прямоугольника. Сформулируйте вопрос, запишите формулу и вычислите.

Ответ: периметр; 33,02 см

6. Вычислите периметр треугольника со сторонами 2,8 см, 7,27 см и 5,36 см.

Ответ: 15,43 см

7. Вычислите удобным способом: $0,27 + (1,78 + 5,73)$.

Ответ: $0,27 + 5,73 + 1,78 = 7,78$

2.5. Умножение десятичных дробей

Тест

Вариант 1

1. Вычислите $0,15 \cdot 1,04$ и выберите правильный ответ:

- а) 1,56 б) 15,6 в) 1560 г) 0,156

Ответ: г

2. Какие правила надо применить при решении выражения $2,17 \cdot 1000 \cdot 0,1 \cdot 5$?

3. В магазине было 27,3 кг яблок. Продали 0,8 от всех яблок. Сколько яблок осталось в магазине?

Ответ: 21,84 кг

4. Вычислите удобным способом: $7,6 \cdot 49 + 7,6 \cdot 51$.

Ответ: $7,6 \cdot 49 + 7,6 \cdot 51 = 7,6 \cdot (49 + 51) = 760$

5. Упростите выражение: $0,025в \cdot 0,4 \cdot 100 \cdot 0,1$.

Ответ: $0,1в$

6. Определите последовательность шагов, которую необходимо выполнить, чтобы решить уравнение:

$$(1,65 - 0,3x) : 0,34 = 4,5$$

7. Начертите прямоугольник со сторонами 7,5 см и 3,9 см. Сформулируйте задачу к предложенному рисунку.

Ответ: периметр и площадь; 22,8 см и 29,25 см²

8. Помогите Кар Карычу выполнить умножение удобным способом:

а) $(19,3 \cdot 5) \cdot 20$

б) $0,2 \cdot 3,87 \cdot 0,5$

Ответ:

а) $(19,3 \cdot 5) \cdot 20 = 19,3 \cdot (5 \cdot 20) = 1930$

б) $0,2 \cdot 3,87 \cdot 0,5 = 0,2 \cdot 0,5 \cdot 3,8 = 0,38$



Вариант 2

1. Вычислите $0,27 \cdot 1,5$ и выберите правильный ответ:

а) 4,05

б) 405

в) 0,405

г) 40,5

Ответ: в

2. Какие правила надо применить при решении данного выражения:

$$6,24 \cdot 1000 \cdot 0,1 \cdot 2$$

3. В магазине 56,7 кг шоколадных конфет. Продали 0,9 от всех шоколадных конфет. Сколько шоколадных конфет осталось в магазине.

Ответ: 51,03 кг

4. Вычислите удобным способом: $3,3 \cdot 37 + 3,3 \cdot 63$.

Ответ: $3,3 \cdot 37 + 3,3 \cdot 63 = 3,3 \cdot (37 + 63) = 330$

5. Упростите выражение: $0,4в \cdot 0,5 \cdot 100 \cdot 0,1$.

Ответ: 2в

6. Определите последовательность шагов, которую необходимо выполнить, чтобы решить уравнение:

$$(2,1 - 0,7x) : 0,48 = 3,5$$

7. Начертите прямоугольник со сторонами 4,6 см и 2,4 см. Сформулируйте задачу к предложенному рисунку.

Ответ: периметр и площадь; 14 см и 11,04 см²

8. Помогите Кар Карычу выполнить умножение удобным способом:

а) $2,5 \cdot 1,47 \cdot 4$

б) $0,25 \cdot 7,53 \cdot 0,4$

Ответ:

а) $2,5 \cdot 1,47 \cdot 4 = 2,5 \cdot 4 \cdot 1,47 = 14,7$

б) $0,25 \cdot 7,53 \cdot 0,4 = 0,25 \cdot 0,4 \cdot 7,53 = 0,753$



2.6. Деление десятичных дробей

Тест

Вариант 1

1. Запишите обыкновенные дроби в виде десятичных дробей: $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{9}{4}$, $\frac{5}{8}$.

Ответ: 0,5; 0,6; 2,25; 0,625

2. Рассмотрите равенство $1,57 \cdot 1,2 = 1,884$ и скажите, чему равно частное $1,884 : 1,2$?

Ответ: 1,57

3. Вычислите $41,58 : 5,4$ и найдите правильный ответ:

а) 70,7

б) 7,7

в) 0,77

г) 7,07

Ответ: б

4. Какие правила надо применить при вычислении: $0,83 : 0,1$; $0,057 : 0,01$?

5. Крош решил за 1,4 ч проехать на самокате по шоссе 21 км: 10,5 км туда и обратно. С какой средней скоростью должен ехать Крош? А какое расстояние он проедет, если будет ехать с той же скоростью 2,5 ч?

Ответ: 15 км/ч; 37,5 км



6. Составьте алгоритм решения уравнения и решите его:
 $3x - 1,8 = 2,7$.

Ответ: $x = 1,5$

7. Выполните деление: а) $130,248 : 6,48$; б) $1 : 12,5$. Проверьте результат из пункта (а) — делением; из пункта (б) — умножением.

Ответ: а) 20,1; б) 0,08

8. При каком значении x значение буквенного выражения: $x \cdot 6,73 + 13,473$ равно 34,336.

Ответ: $x = 3,1$

Вариант 2

1. Запишите обыкновенные дроби в виде десятичных дробей: $\frac{1}{4}$; $\frac{6}{5}$; $\frac{9}{8}$; $\frac{17}{25}$.

Ответ: 0,25; 1,2; 1,125; 0,68

2. Рассмотрите равенство $0,26 \cdot 0,51 = 0,1326$ и скажите, чему равно частное $0,1326 : 0,26$?

Ответ: 0,51

3. Вычислите $49,44 : 4,8$ и выберите верный ответ:

а) 10,3 б) 1,03 в) 0,103 г) 1,3

Ответ: а

4. Какие правила надо применить при вычислении выражения $0,27 : 0,1$; $2,67 : 0,01$?

5. Лосяш решил за 1,5 ч проехать на самокате по шоссе 10,5 км. С какой средней скоростью должен ехать Лосяш? А какое расстояние он проедет, если будет ехать с той же скоростью 2,3 ч?

Ответ: 7 км/ч; 16,1 км



6. Составьте алгоритм решения уравнения и решите его:
 $2,4 + 0,2x = 3,5$.

Ответ: $x = 5,5$

7. Выполните деление: а) $6809,46 : 52,3$; б) $1 : 1,25$. Проверьте результат из пункта (а) — делением, пункта (б) — умножением.

Ответ: а) 130,2; б) 0,8

8. При каком значении x значение буквенного выражения $x : 0,7 + 4,2$ равно 9,8?

Ответ: $x = 3,92$

2.7. Решение задач с десятичными дробями

1. У Нюши было 5 цветов ленты. Красной ленты было больше, чем синей, на 2,4 метра, но меньше, чем зеленой, на 3,8 метра. Белой ленты было больше, чем черной, на 1,5 метра, но меньше, чем зеленой, на 1,9 метра. Сколько метров ленты всего было у Нюши, если белой было 7,3 метра?

Решение

- 1) $7,3 + 1,9 = 9,2$ (м) зеленой ленты
- 2) $7,3 - 1,5 = 5,8$ (м) черной ленты
- 3) $9,2 - 3,8 = 5,4$ (м) красной ленты
- 4) $5,4 - 2,4 = 3$ (м) синей ленты
- 5) $7,3 + 9,2 + 5,8 + 5,4 + 3 = 30,7$ (м) всего

Ответ: всего было 30,7 м



2. Копатычу необходимо вычислить периметр земельного участка. Длина прямоугольного участка составляет 19,4 метра, а ширина на 2,8 метра меньше. Помогите Копатычу.

Решение

- 1) $19,4 - 2,8 = 16,6$ (м) ширина участка
- 2) $16,6 \cdot 2 + 19,4 \cdot 2 = 33,2 + 38,8 = 72$ (м)

Ответ: периметр 72 м



3. Длина прыжка Кроша может достигать 3,5 метров в длину. Мировой рекорд для человека составляет 8,95 метров. Насколько дальше прыгает человек?

Решение

$$8,95 - 3,5 = 5,45 \text{ (м)}$$

Ответ: человек прыгает на 5,45 м дальше



4. Однажды Пин узнал, что самая низкая температура на планете была зарегистрирована на станции Восток в Антарктиде летом 21 июля 1983 года и составила $89,2^{\circ}\text{C}$, а самая жаркая в городке Эль-Азизия 13 сентября 1922 года составила $+57,8^{\circ}\text{C}$. Помогите Пину вычислить разницу между данными температурами.

Решение

$$89,2 + 57,8 = 147^{\circ}\text{C}$$

Ответ: разница между температурами составила 147°C



5. Лосяш изобрел фургон грузоподъемностью 1,5 т, а грузоподъемность карьерного самосвала БелАЗ в 24 раза больше. Вычислите грузоподъемность самосвала БелАЗ.

Решение

$$1,5 \cdot 24 = 36 \text{ т}$$

Ответ: грузоподъемность самосвала БелАЗ 36 тонн



6. Кар Карыч путешествовал с максимальной скоростью 30,27 км/ч, а скорость Совуны на 17,78 км/ч больше. С какой скоростью движется Совуны?

Решение

$$30,27 + 17,78 = 48,05 \text{ км/ч}$$

Ответ: скорость Совуны 48,05 км/ч

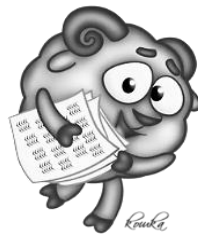


7. Бараш прочитал в энциклопедии, что глубина Марианской впадины составляет 11 023 км, а высота самой высокой горы Эверест 8 848 км над уровнем моря. Помогите Барашу вычислить разницу между данными точками.

Решение

$$11\,023 + 8\,848 = 19\,871 \text{ км}$$

Ответ: 19871 км



8. Для здорового человека нормальная температура $36,6^{\circ}\text{C}$, а для Кроша на $2,2^{\circ}\text{C}$ больше. Какая температура для Кроша считается нормальной?

Решение

$$36,6 + 2,2 = 38,8^{\circ}\text{C}$$

Ответ: $38,8^{\circ}\text{C}$ для Кроша считается нормальной



9. Ёжик за один день покрасил $6,5 \text{ м}^2$ забора, а Крош на $3,3 \text{ м}^2$ меньше. Сколько всего м^2 покрасят друзья за рабочую неделю, если она равна 6 дням?

Решение

- 1) $6,5 - 3,3 = 3,2 \text{ м}^2$ покрасил Крош за один день
- 2) $6,5 + 3,2 = 9,7 \text{ м}^2$ покрасят вместе за один день
- 3) $9,7 \cdot 6 = 58,2 \text{ м}^2$ покрасят вместе за рабочую неделю.

Ответ: $58,2 \text{ м}^2$



10. Нюша купила в магазине 5,8 кг вафель, а конфет на 3,24 кг конфет больше. Сколько килограммов вафель и конфет осталось в магазине, если перед открытием магазина вафель и конфет было 36 кг?

Решение

- 1) $5,8 + 3,24 = 9,04 \text{ кг}$ купила вафель и конфет
- 2) $36 - 9,04 = 26,96 \text{ кг}$ осталось в магазине вафель и конфет

Ответ: 26,96 кг



Глава 3

Геометрические задачи

3.1. Плоскость. Прямая. Луч

Необходимо объяснить учащимся, что *плоскость* — неопределяемое понятие геометрии. В пространстве существует бесконечное множество плоскостей. Плоскость продолжается в пространстве без границ. Мы изображаем только часть плоскости (рис. 1 и 2).

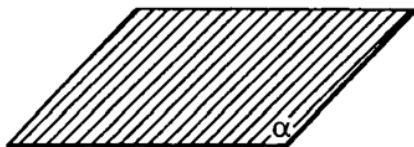


Рис. 1

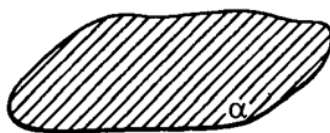


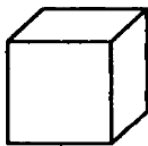
Рис. 2

1. В пространстве имеется плоскость. На сколько частей эта плоскость разобьёт пространство?

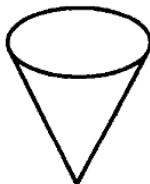
Ответ: на 3 части, включая саму плоскость

2. Возьмите глобус, мысленно проведите плоскость через экватор. Назовите столицы стран, расположенных в Северном и Южном полушариях?

3. На рисунке изображены различные геометрические фигуры (рис. а, б, в). Заштрихуйте плоские части поверхностей этих фигур.



а



б



в

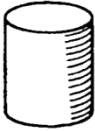
4. Имеется куб. Ответьте на вопросы.

- 1) Как провести плоскость, чтобы куб лежал в одном полупространстве, задаваемом этой плоскостью?
- 2) Как провести плоскость, чтобы в каждом полупространстве, задаваемом этой плоскостью, лежало:
 - а) только по одной грани куба,
 - б) по две грани куба,
 - в) по три грани?

Ответ:

- 1) Плоскость провести через одну из его граней.
- 2) а — провести плоскость через середины ребер; б — через диагональ прямоугольника; в — нельзя.

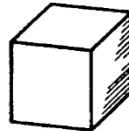
5. Рассмотрите фигуры, изображённые на рис. а, б, в. Чем они отличаются друг от друга? Определите, какая из этих фигур лишняя?



а



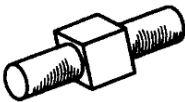
б



в

Ответ: Лишним можно считать цилиндр на рис. а, так как две другие фигуры — многогранники.

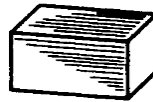
6. Рассмотрите фигуры, изображённые на рисунке. Чем они отличаются друг от друга? Определите, какая из этих фигур лишняя?



а



б



в

Ответ: Лишней можно считать фигуру (прямоугольный параллелепипед) на рис. в, так как две другие фигуры составлены из двух разных фигур.

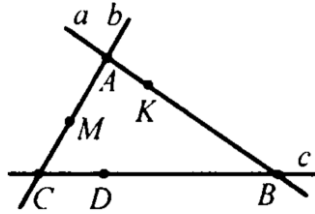
Задачи по теме «Точка. Прямая»

Прямая — неопределяемое понятие геометрии.

Аксиома: через любые две точки можно провести прямую, и только одну.

7. Посмотрите на рисунок и ответьте на вопросы:

- 1) Через какие точки проходят прямые a , b и c ?
- 2) Какие точки лежат на прямой b ?
- 3) Какие точки лежат на прямой c ?

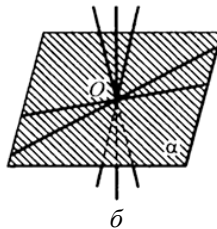


Ответ:

- 1) Прямая a проходит через точки K и B ; прямая b проходит через точки C , M и A ; прямая c проходит через точки C , D и B .
- 2) На прямой b лежат точки C , M и A .
- 3) На прямой c не лежат точки M , K и A .

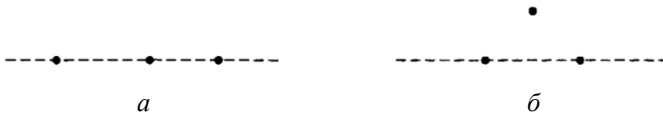
8. В пространстве дана точка. Проведите через эту точку прямую. Сколько можно провести прямых через данную точку? Если проведено пять прямых, то какую фигуру мы получим — плоскую или пространственную?

Ответ: На рис. a , где через точку O проходит несколько прямых, изображение выглядит плоским, но в условии не сказано, что прямые расположены в какой-то одной плоскости. Важно понимать, что прямые, пересекающиеся в одной точке, не обязательно располагаются в одной плоскости и что может получиться «ёж» (рис. b).



9. Пусть нам даны три точки. Проведите через них прямые. Сколько прямых при этом получится?

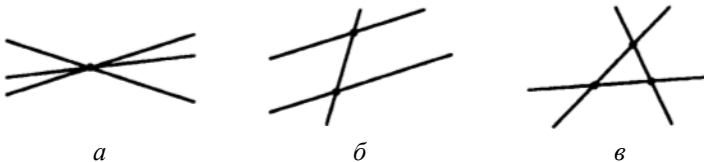
Ответ: Точки могут лежать на одной прямой (рис. а), в этом случае можно провести одну прямую. Две точки могут лежать на одной прямой, а третья — не лежать на этой прямой (рис. б), тогда можно провести три прямые.



10. Мы хотим на плоскости построить три прямые. Сколько для этого нужно точек?

Ответ: Решение задачи сводится к рассмотрению различных случаев расположения точек и прямых.

- 1) Если у нас есть точка, то через нее можно провести три прямые (рис. а). Эти прямые не обязательно лежат в одной плоскости.
- 2) Если у вас две точки, то можно провести три прямые (рис. б). Эти прямые не обязательно лежат в одной плоскости.
- 3) Если у вас три точки — вершины треугольника (рис. в), то мы построим три прямые, которые будут попарно пересекаться и лежать в одной плоскости.

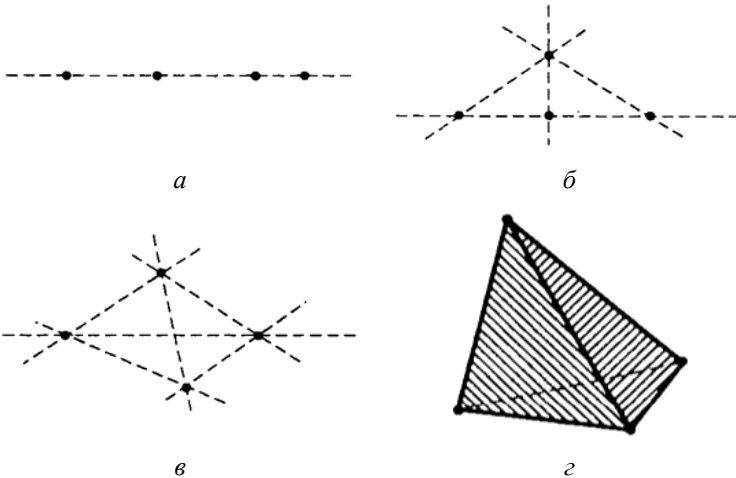


11. Пусть нам даны четыре точки. Как они могут быть расположены? Сколько прямых можно провести через эти точки?

Ответ: рассмотрим случай, когда 4 точки лежат в одной плоскости.

- 1) Все точки на одной прямой (рис. а).

- 2) Три точки на одной прямой, а четвёртая не лежит на ней (рис. б).
- 3) Никакие три не лежат на одной прямой. Вершины некоторого четырехугольника (рис. в).
- 4) Если четыре точки не лежат в одной плоскости, в этом случае четыре точки пространства являются вершинами пирамиды (рис. г).



На рис. *а* мы имеем одну прямую, на рис. *б* — четыре прямые, на рис. *в* — шесть прямых. Учащиеся приходят к выводу, что четыре точки на плоскости определяют одну, четыре и шесть прямых.

12. На полу классной комнаты отметьте мелом точку *A*.

- 1) Сколько прямых задают эта точка и точки, являющиеся вершинами углов в классной комнате? Сделайте чертежи, обозначьте вершины углов класса и запишите все получившиеся прямые.
- 2) Представьте, что на каждой стене класса отмечена точка. Сколько таких точек отмечено? Мысленно соедините точки с прямыми. Сколько таких прямых получилось?

- 3) Сколько получится прямых, если добавить к точкам на стенах класса точку A , отмеченную на полу классной комнаты?

Ответ: 1) 8 прямых; 2) 12 прямых; 3) 18 прямых

13. Восстановите текст. После каждого задания сделайте чертёж и раскрасьте каждую часть плоскости разными цветами.

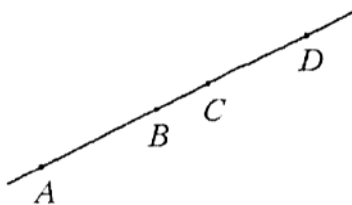
- 1) Прямая делит плоскость на (сколько) ___ частей.
- 2) Две пересекающиеся прямые делят плоскость на (сколько) ___ частей.
- 3) Три пересекающиеся в одной точке прямые делят плоскость на (сколько) ___ частей.

Ответ: 2, 4, 6

Задачи по теме «Луч»

14. Рассмотрите данный рисунок. Отметьте знаком верные утверждения:

- 1) точка B принадлежит отрезку CD ,
- 2) точка B принадлежит лучу CA ,
- 3) точка A лежит между точками B и D ,
- 4) точки A и D принадлежат одному и тому же лучу с началом в точке C ,
- 5) точка C принадлежит и лучу BD , и лучу DB .



Ответ: 2 и 5

15. Запишите все лучи, изображённые на рис. 1 и 2, и укажите их количество.



Рис. 1

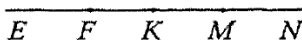


Рис. 2

Ответ:

- a) BA, BD, CA, CD
- б) FE, FN, KE, KN, ME, MN

3.2. Угол

Задачи по теме «Угол»

Ввести определение *угла*: углом называют фигуру, состоящую из различных лучей с общим началом и ограниченной ими части плоскости. Точку, из которой выходят ограничивающие угол лучи, называют вершиной угла, а сами лучи — сторонами угла.

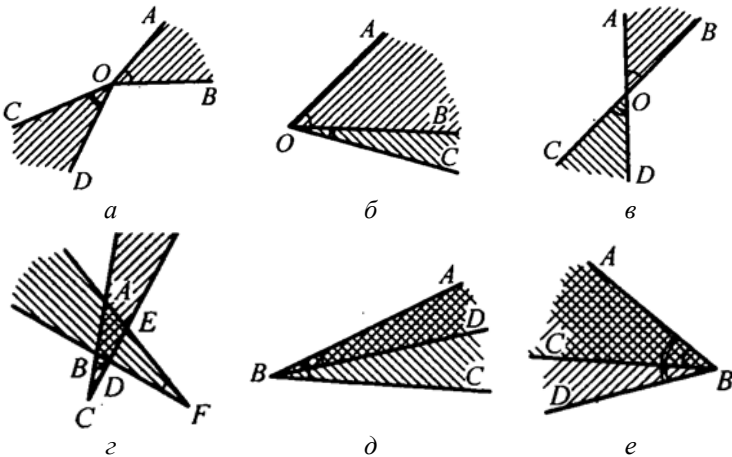
16. Сколько следует взять лучей с общим началом, чтобы получить: один угол? два угла? три угла?

Ответ: два; три; три

17. Нарисуйте:

- два угла с общей вершиной,
- два угла с общей стороной,
- два угла, стороны которых лежат на двух данных прямых,
- два угла, лежащие так, что стороны одного пересекают стороны другого,
- углы ABC и ABD ,
- углы ABC и BCM .

Ответ:



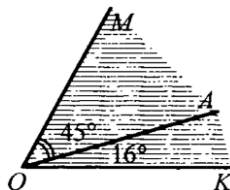
18. Какое из следующих утверждений ошибочно:

- а) угол, имеющий градусную меру 45° — острый,
- б) угол, имеющий градусную меру 170° — острый,
- в) угол, имеющий градусную меру 89° — тупой,
- г) угол, имеющий градусную меру 50° — тупой,
- д) угол, имеющий градусную меру 100° — тупой.

Ответ: б, г

19. Между сторонами угла $МОК$ проходит луч $ОА$ (см. рис.). Угол $МОА = 45^\circ$, а угол $АОК = 16^\circ$. Найдите величину угла $МОК$.

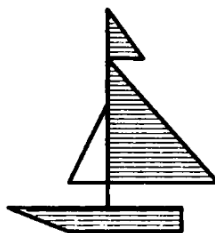
Ответ: 61°



20. Сколько острых, тупых и прямых углов на рис. а и б?



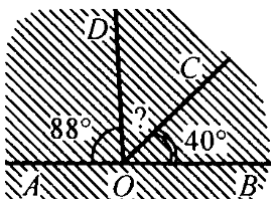
а



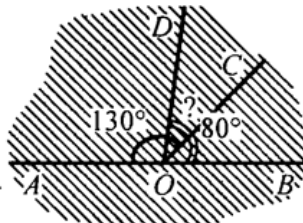
б

Ответ: а) 3, 2, 3; б) 8, 1, 5

21. Проанализируйте рис. а, б, на которых даны некоторые углы. Найдите величину угла, у которого стоит знак вопроса.



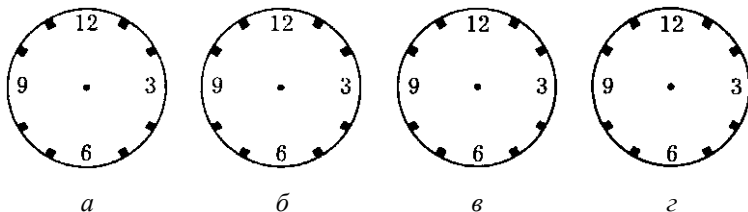
а



б

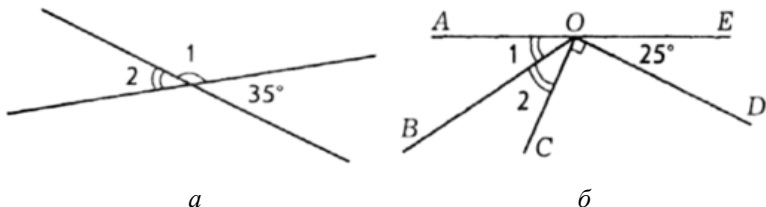
Ответ: а) 52° ; б) 30°

22. Покажите на рисунках, как расположены стрелки часов в указанное время: а) 13 часов; б) 16 часов; в) 19 часов; г) 22 часа. Запишите градусные меры углов, которые они образуют.



Ответ: а) 30° ; б) 120° ; в) 150° ; г) 60°

23. Проанализируйте чертежи и найдите углы 1 и 2.

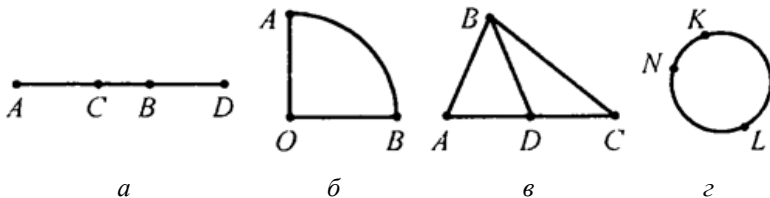


Ответ: а) 145° ; 35° ; б) $32^\circ 30'$

3.3. Отрезок

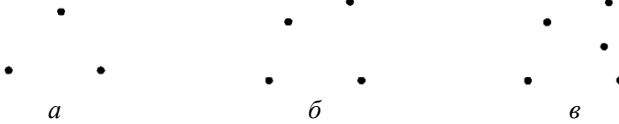
Задачи по теме «Отрезок»

1. На рисунке изображены различные фигуры. Сколько отрезков вы видите на рисунке.

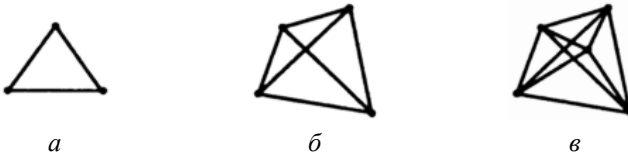


Ответ: а) 6; б) 2; в) 6; г) нет

2. Сколько отрезков можно получить, соединив точки на рис. а–в.

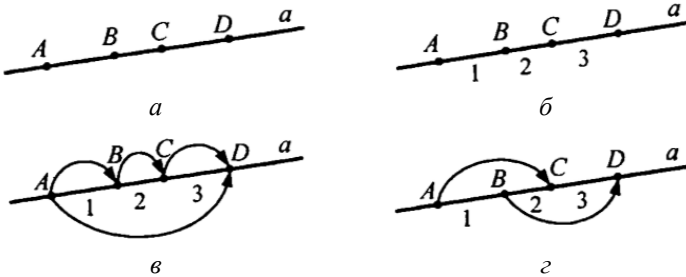


Ответ: а) 3; б) 6; в) 10



3. На прямой даны точки: а) 2, б) 3, в) 6. Сколько отрезков имеется при этом на этой прямой?

Ответ: Две точки задают один отрезок. Если на прямой даны три точки, то получается три отрезка. Рассмотрим подробно случай с четырьмя точками: рис. а–г. Итого имеем 6 отрезков.

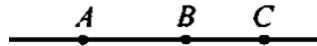


4. Нам нужно получить три отрезка на прямой. Сколько надо поставить точек на данной прямой? Решите задачу, если надо получить 4, 5, 6 отрезков?

Ответ: Чтобы получить три отрезка, нужно отметить три точки. Если на прямой надо получить n отрезков, то надо решить уравнение $\frac{k(k-1)}{2} = n$ относительно k . Можно найти подбором так, чтобы оно удовлетворяло неравенству $1 + 2 + \dots + (k - 1) \geq n$.

5. На прямой расположены три точки A, B, C . Найдите AC , если $AB = 6$ см, $BC = 12$ см.

Ответ: $AC = 18$ см

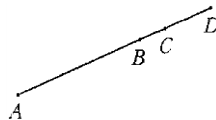


6. На прямой расположены три точки A, B, C . Найдите AB , если $AC = 12$ м и $BC = 5$ м. Сколько случаев имеет задача?

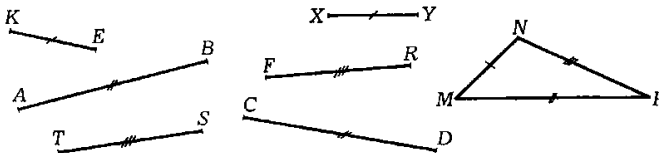
Ответ: Три случая: 1) точка B между точками A и C , $AB = 7$ см; 2) точка C между A и B , $AB = 17$ см; 3) точка A между B и C , нет решений

7. Известно, что $AC = 20$ см, $BD = 12$ см, $BC = 7$ см. Вычислите длину отрезка AD .

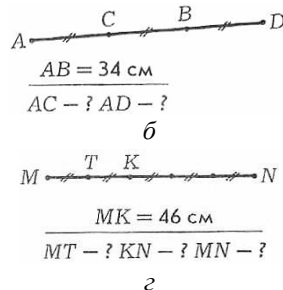
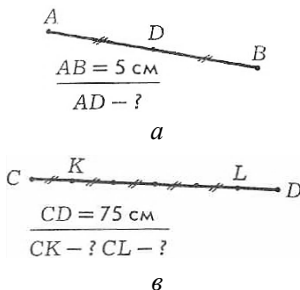
Ответ: 25 см



8. Если на чертеже имеются равные отрезки, то их отмечают одинаковым количеством точек. Например, отрезок MN на рисунке имеет такую же длину, как XY и KE . Есть ли ещё на чертеже равные отрезки? Если да, то какие?

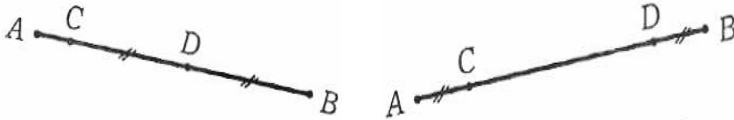


9. Проанализируйте чертёж и данные к задаче. Найдите длины указанных отрезков.



Ответ: а) 25 мм; б) $AC = 17$ см, $AD = 51$ см; в) $CK = 125$ мм, $CL = 625$ мм; г) $MN = 115$ см, $KN = 69$ см, $MT = 23$ см

10. Проанализируйте чертёж и данные к задаче. Найдите длины указанных отрезков.



$$\frac{CD = DB, AB = 1 \text{ дм}, AC = 1 \text{ см}}{BD - ?}$$

a

$$\frac{AB = 8 \text{ см}, AC = 15 \text{ мм}}{CD - ?}$$

б

Ответ: а) $BD = 4 \text{ см } 5 \text{ мм}$; б) $CD = 5 \text{ см}$

11. При строительстве забора плотники поставили по прямой 10 столбов. Расстояние между соседними столбами было равно 2 м. Какова длина забора? Толщину столбов не учитывать.



Ответ: $AB = 9 \cdot 2 = 18 \text{ м}$

12. Кузнечик сделал три прыжка вдоль прямой линии в одном направлении и два прыжка вдоль линии в противоположном направлении. Первый прыжок имел длину 11 см, второй 7 см, затем — 6 см, 5 см и 3 см.

- 1) На какое расстояние удалился кузнечик от исходной точки?
- 2) Как должен прыгать кузнечик вдоль прямой линии (сколько ему делать прыжков в прямом и сколько в обратном направлении), чтобы он оказался в исходной точке?

Ответ: 1) 16 см; 2) 1 вперёд, 2 назад, 1 вперёд и 1 назад

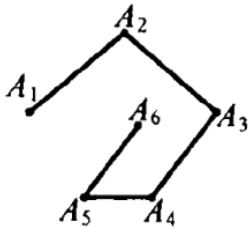
3.4. Ломаная

Задачи по теме «Ломаные»

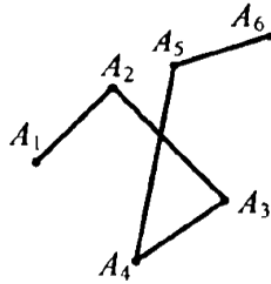
1. На рисунке изображены две ломаные $A_1A_2A_3A_4A_5A_6$. Ответьте на вопросы.

- а) Сколько вершин и звеньев имеют эти ломаные?
- б) Какая из этих двух ломаных является простой?

в) Какие звенья ломаных имеют пересечения?



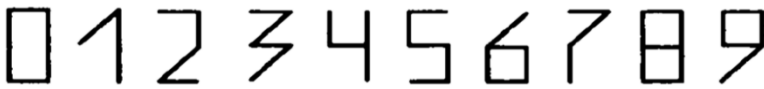
a



б

Ответ: 1) на рис. *a* ломаная имеет 6 вершин и 5 звеньев; на рис. *б* — 6 вершин и 5 звеньев; 2) на рис. *a* изображена простая ломаная; 3) звенья ломаной A_2A_3 и A_4A_5 , изображенной на рис. *б*, не соседние по порядку, имеют общую точку.

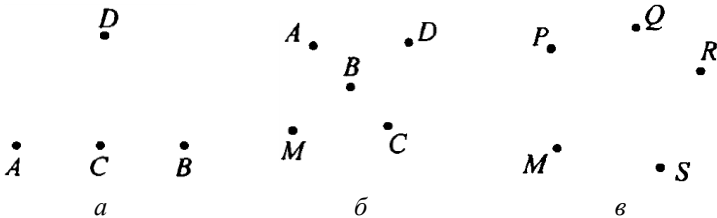
2. На рис. *a–к* изображены различные цифры, являющиеся объединением отрезков, т. е. ломаными. Какие из них являются простыми ломаными? Какие из них являются замкнутыми простыми ломаными?



a *б* *в* *г* *д* *е* *ж* *з* *и* *к*

Ответ: Простые ломаные изображены на рис. *a–г, е, з*; замкнутая простая ломаная — на рис. *a*.

3. Изобразите в тетради точки так, как показано на рисунке, и постройте несколько ломаных, вершины которых находятся в этих точках.



Ответ: В этой задаче не просят построить все ломаные или использовать все точки. В связи с этим решением данной задачи являются всякие верные попытки построить нужные ломаные.

- а) Для точек, изображённых на рис. *а*, можно построить ломаную $ABCD$ — см. рис. 1.
- б) Для точек, изображённых на рис. *б*, можно построить ломаные — см. рис. 2, 3.
- в) Для точек, изображённых на рис. *в*, можно построить ломаные — см. рис. 4, 5.

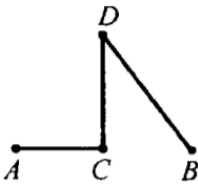


Рис. 1

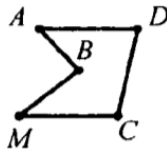


Рис. 2

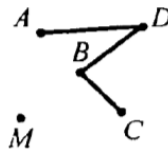


Рис. 3

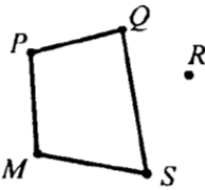


Рис. 4

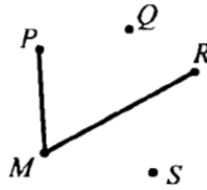
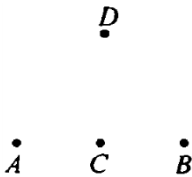
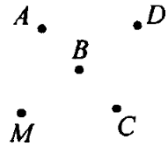


Рис. 5

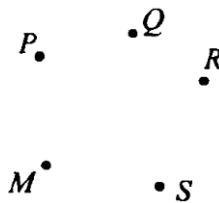
4. Сколько существует двухзвенных ломаных, вершинами которых являются точки, изображённые на рис. *а–в*, а сторонами отрезки с концами в этих точках.



а



б



в

Ответ: Для подсчёта количества ломаных важно учесть тот факт, что точки A, B, C на рис. a принадлежат одной прямой, а на рис. b точки A, B, C принадлежат одной прямой и точки M, B, D на рис. $в$ также принадлежат одной прямой.

а) Подсчитаем число двухзвенных ломаных. Двухзвенных ломаных будет 9 (рис. 1–9).

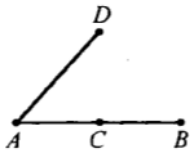


Рис. 1

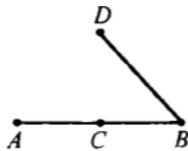


Рис. 2

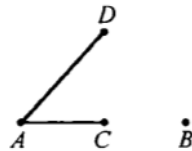


Рис. 3

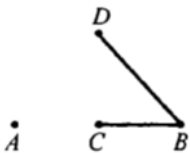


Рис. 4



Рис. 5

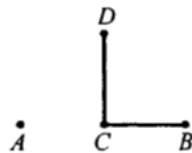


Рис. 6

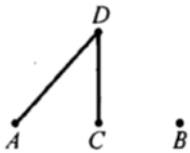


Рис. 7

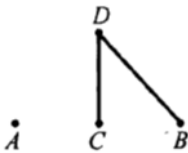


Рис. 8

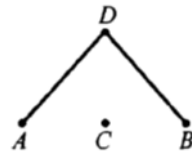


Рис. 9

б) Для точек, изображенных на рис. b , таких ломаных существует 24. Это число ломаных складывается из видов, изображённых на рис. 10–16 (этих видов шесть), а для каждого вида есть четыре варианта расположения звеньев.

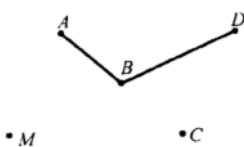


Рис. 10

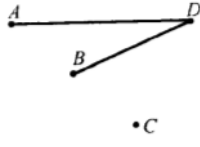


Рис. 11

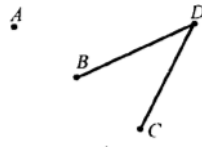


Рис. 12

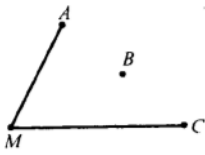


Рис. 13

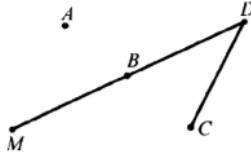


Рис. 14

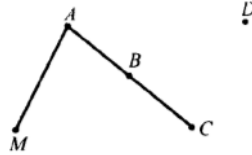


Рис. 15

в) Для точек, изображенных на рис. 6, существует 30 двухзвенных ломаных. Видов ломаных 6 — рис. 16–21, для каждого вида 5 вариантов.

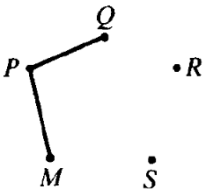


Рис. 16

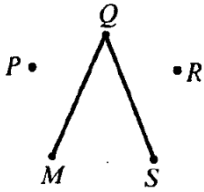


Рис. 17

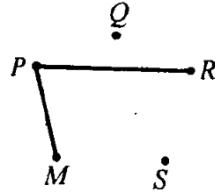


Рис. 18

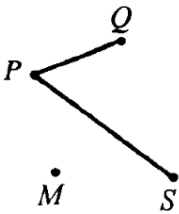


Рис. 19

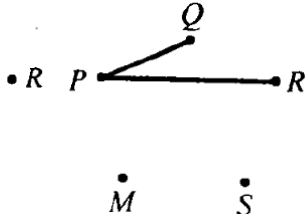


Рис. 20

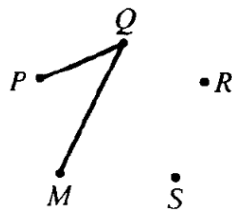


Рис. 21

5. Сможете ли вы нарисовать замкнутую семизвенную ломаную, которая каждое звено пересекает два раза?

Ответ:



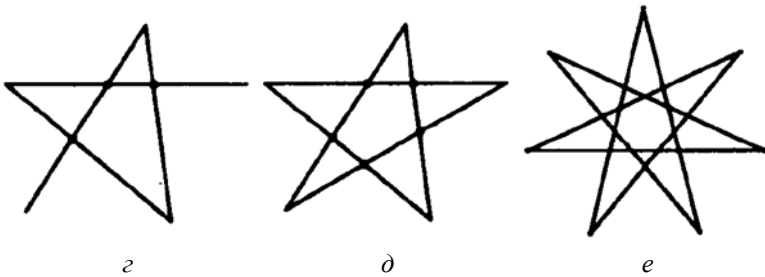
а



б



в



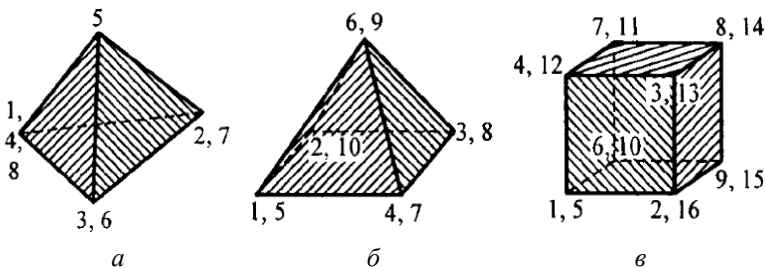
6. Изобразите куб $ABCA_1B_1C_1D_1$. Пусть длина ребра куба равна 10 см.

- 1) Постройте на этом кубе трехзвенную ломаную, составленную из ребер куба. Чему равна длина этой ломаной?
- 2) Постройте на этом кубе четырехзвенную ломаную, составленную из ребер куба. Чему равна длина этой ломаной?

Ответ: 1) 30 см; 2) 40 см

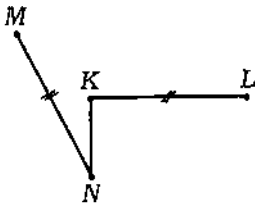
7. Из одного куска проволоки, не разрезая его, надо сделать каркас: а) треугольной пирамиды; б) четырёхугольной пирамиды; в) куба. Предположим, что длина каждого ребра равна 10 см. Какова в этом случае наименьшая длина такой проволоки?

Ответ: Если длина каждого ребра равна 10 см, то необходима проволока длиной: а) 70 см; б) 90 см; в) 150 см.



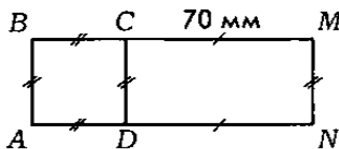
Примечание. Цифрами на рисунках обозначен порядок обхода

8. Длина ломаной $MNKL = 65$ мм, $MN = 2$ см. Найдите длину KN .



Ответ: 25 мм

9. $ABCD$ — квадрат, $CMND$ — прямоугольник, $CM = 70$ мм. Периметр квадрата $ABCD$ равен 20 см. Найдите длину ломаных $CMND$ и $ABMN$.



Ответ: 12 см; 34 см

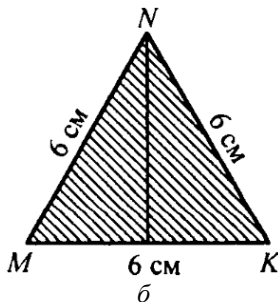
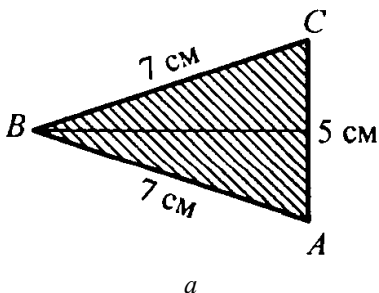
10. Барашек бежит вокруг клумбы со сторонами 40 м и 60 м со скоростью 50 м/мин. Где он будет находиться через 2 минуты после начала движения из точки A :

- 1) По часовой стрелке?
- 2) Против часовой стрелки?
- 3) Где будет Барашек через 4 минуты после начала движения?
- 4) Сколько пройдёт времени, пока он обежит клумбу два раза?

Ответ: 1) в C ; 2) в C ; 3) в A ; 4) 8 мин

3.5. Многоугольники

1. Назовите боковые стороны и основание у равнобедренных треугольников ABC и MNK на рис. a и b . Найдите периметр треугольников.



2. Периметр равнобедренного треугольника равен 3 дм. Найдите длину каждой стороны треугольника, если одна из них равна 8 см.

Ответ:

а) 8 см, 11 см, 11 см;

б) 8 см, 8 см, 14 см

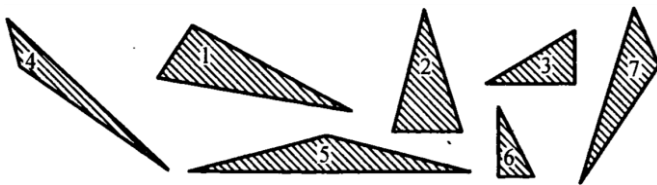
3. В равнобедренном треугольнике основание в 2 раза меньше боковой стороны, а периметр равен 50 см. Найдите стороны треугольника.

Ответ: 20 см; 20 см; 10 см

4. Из металлического прута нужно сделать деталь, имеющую форму равнобедренного треугольника. Одна из сторон треугольника должна иметь длину 250 см, а другая — длину 100 см. Какой должна быть длина прута?

Ответ: основание треугольника не может быть равно 250 см, так как должно быть меньше $100 + 100 = 200$ см. Значит, основание треугольника должно равняться 100 см, а боковые стороны 250 см. Длина прута равна 600 см.

5. На рисунке изображены треугольники. На глаз определите виды треугольников по сторонам и по углам. Проверьте с помощью циркуля и транспортира.



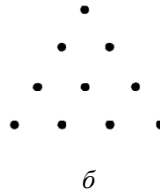
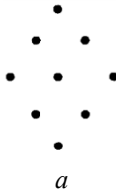
6. Чему равна третья сторона равнобедренного треугольника, если две другие стороны: а) 5 см и 3 см; б) 10 см; в) 11 см и 11 см. Всегда ли можно дать однозначный ответ?

Ответ:

а) Возможно, что стороны треугольника 5 см, 3 см, 5 см, а также 3 см, 3 см и 5 см, так как выполняется неравенство треугольника.

- б) 10 см, 10 см, 5 см, другие варианты невозможны, так как не выполняется неравенство треугольника.
- в) Треугольник может быть равносторонним или иметь третью сторону любой длины меньше 22 см, так как в этом случае выполняется неравенство треугольника.

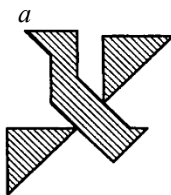
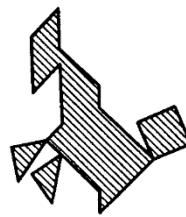
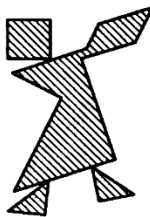
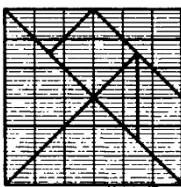
7. Сколько различных равносторонних треугольников с вершинами в данных точках можно получить на рис. *а* и *б*.

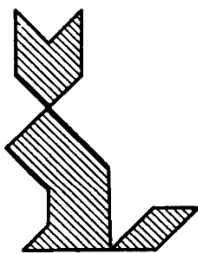


Ответ: 12 равносторонних треугольников

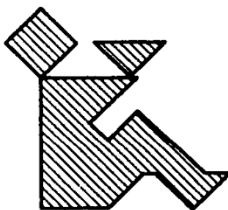
8. Если разрезать квадрат, как показано на рис. *а*, получится популярная китайская головоломка «Танграм». Суть игры состоит в том, чтобы из 7 частей, на которые разрезан квадрат, составить различные фигуры.

Эта игра появилась в Китае в конце XVIII века. Название «танграм» возникло в Европе. Скорее всего, оно происходит от японского слова «тань» (китаец) и греческого корня «гамма» (буква).

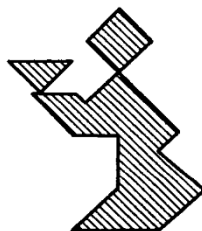




e



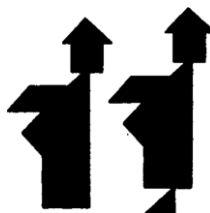
ж



з

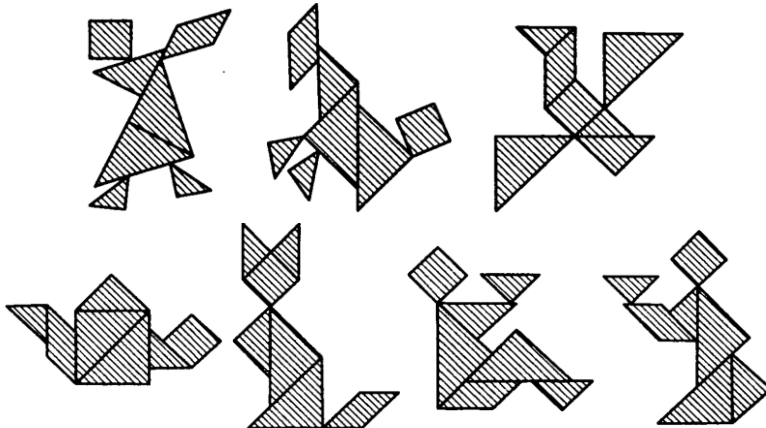
- 1) Попробуйте сложить фигурки, изображённые на рис. б–з.
- 2) Попробуйте из полного комплекта танграма составить все возможные выпуклые многоугольники (в 1942 году было доказано, что их ровно 13).
- 3) На рисунке показан парадокс танграма.

Как объяснить исчезновение ноги у «человека с подносом», если для обеих фигурок использован полный комплект танграма?

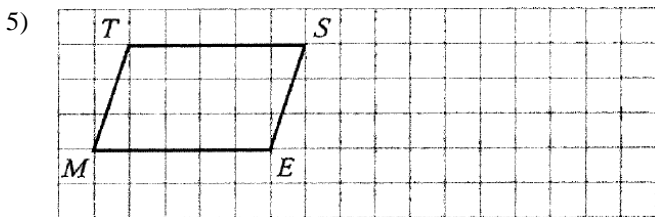
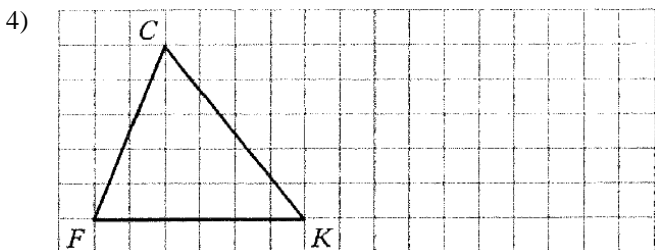
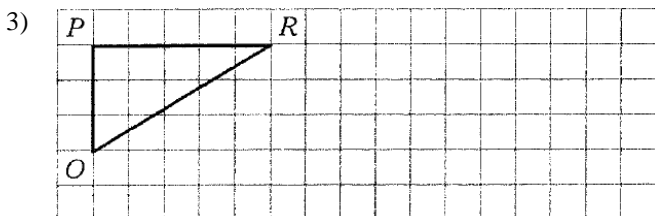
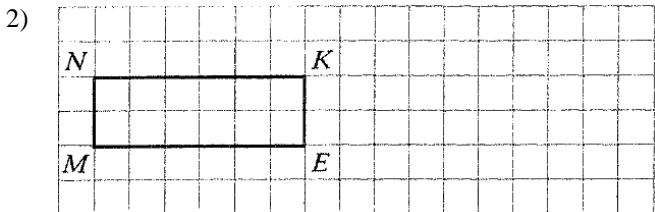
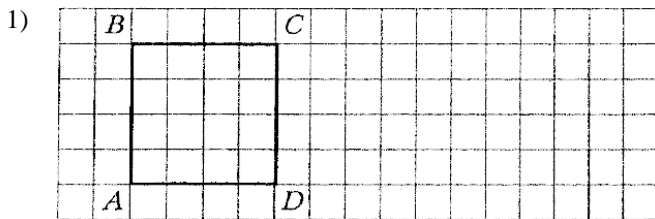


Ответ:

- 1) На рисунке показано, как составлены фигуры.
- 3) В данном случае по-разному составлены фигуры.



9. Постройте фигуру, равную данной. Найдите площадь фигуры. За 1 см примите одну клеточку.

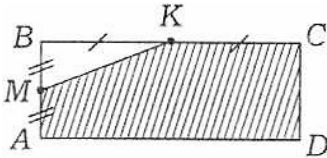


Ответ: 1) 16 cm^2 ; 2) 12 cm^2 ; 3) $7,5 \text{ cm}^2$; 4) 15 cm^2 ; 5) 15 cm^2

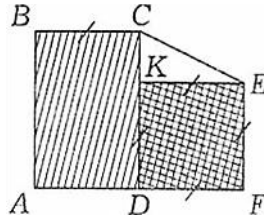
10. Проанализируйте рис. *a* и *б*, решите задачи:

а) $ABCD$ — прямоугольник. $AD = 4,8$ м, $CD = 1$ м. Найдите S_{AMKCD} .

б) $ABCD$ — прямоугольник. $S_{KFED} = 0,25$ см², $S_{ABCD} = 0,35$ см².
Найти: AB , P_{ABCKEF} , S_{CKE} .



a



б

Ответ: а) 4,2 м²; б) 0,7 см; 3,4 см; 0,05 см²

11. Периметр прямоугольника равен 20 см, одна из его сторон — 6 см. Вычислите его площадь.

Ответ: 24 см²

12. Нарисуйте портрет кота, состоящий из прямоугольников, вычислите его площадь.

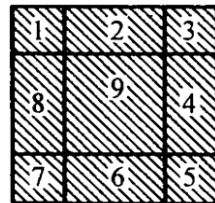
13. Длина прямоугольника в три раза больше ширины. Найдите площадь прямоугольника, если периметр равен 162,4 см.

Ответ: 1236,27 см²

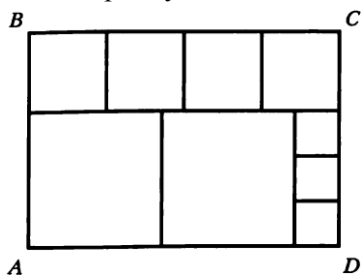
14. Как надо разрезать квадрат на четыре части, чтобы из них можно было составить два квадрата?

Ответ: 

15. Сколько квадратов изображено на рисунке?



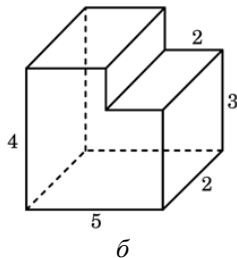
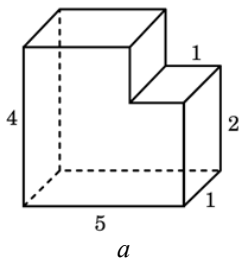
16. Прямоугольник $ABCD$ разрезали на квадраты, как показано на рисунке. Сторона наименьшего квадрата равна 4 см. Найдите площадь прямоугольника.



Ответ: стороны 19 см и 28 см, площадь 532 см^2

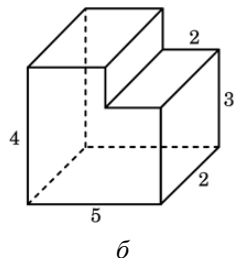
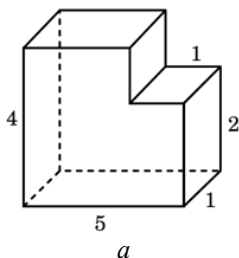
3.6. Многогранники

1. Вычислите площадь полной поверхности фигуры, изображенной на рис. а и б.



Ответ: а) 55; б) 72

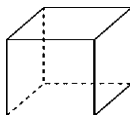
2. Вычислите объём фигуры, изображенной на рис. а и б.



Ответ: а) 18; б) 36

3. Площадь поверхности куба равна 216 см^2 .
Найдите объём куба.

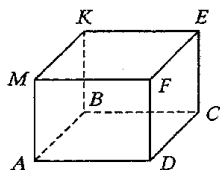
Ответ: 216 см^3



4. Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящих из одной вершины, равны 3 м и 4 м. Площадь поверхности этого параллелепипеда равна 94 м^2 . Найдите третье ребро, выходящее из той же вершины. Вычислите объём прямоугольного параллелепипеда. Сделайте рисунок.

Ответ: 5 м; 60 м^3

5. На рисунке изображён прямоугольный параллелепипед $ABCDMKEF$. Заполните пропуски.

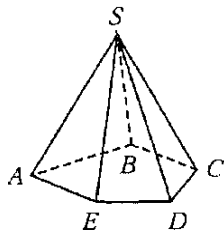


- 1) Вершина B принадлежит граням _____
- 2) Ребру EF равны рёбра _____
- 3) Верхняя грань параллелепипеда — прямоугольник _____
- 4) Ребро DF является общим ребром граней _____
- 5) Грани $AMKB$ равна грань _____

6. Заполните пропуски.

- 1) Поверхность пирамиды состоит из треугольников, имеющих общую _____ и _____.
- 2) Общую вершину боковых граней называют _____.
- 3) Стороны основания пирамиды называют _____, а стороны боковых граней, не принадлежащих основанию, _____.

7. На рисунке изображена пирамида $SABCDE$. Заполните пропуски.



- 1) На рисунке изображена _____ угольная _____.
- 2) Боковыми гранями пирамиды являются треугольники, а основанием — _____ угольник _____.
- 3) Вершиной пирамиды является точка _____.
- 4) Рёбрами основания пирамиды являются отрезки _____, боковыми рёбрами — отрезки _____.

8. Ребро куба имеет длину 10 см. Заполните пропуски.

а) Длина ломаной $DAA_1B_1C_1$ равна _____.

б) Длина ломаной $BAA_1D_1C_1M$ равна _____.

в) Площадь фигуры AA_1DD_1 равна _____.

г) Четырёхугольник $ABCD$ является _____,
а отрезок BD — его _____.

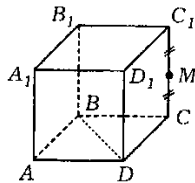
д) Треугольник BCD является _____, так как
угол _____ — прямой.

е) Площадь треугольника BCD равна _____.

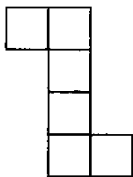
ж) Площадь полной поверхности куба равна _____.

з) Объём куба равен _____.

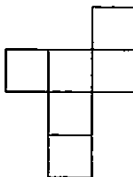
Ответ: а) 50 см; б) 45 см; в) 50 см^2 ; ж) 600 см^2 ; з) 1000 см^3



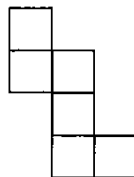
9. На рисунке даны примеры развёрток куба. Закрасьте одинаковым цветом на этих развёртках противоположные грани кубов.



a



б



в

10. Дан прямоугольный параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$.
Сделайте рисунок.

1) Обведите разным цветом одинаковые рёбра.

2) Найдите длину ломаной $DCC_1D_1A_1$, если $AB = 5 \text{ см}$,
 $AD = 2AB$, $AA_1 = 6 \text{ см}$.

3) Найдите площадь грани AA_1DD . Укажите грань параллелепипеда, которая имеет такую же площадь.

4) Какой длины понадобится проволока, чтобы изготовить модель такого параллелепипеда?

Ответ: 2) 26 см; 3) 60 см^2 ; 4) 84 см

11. Дан прямоугольный параллелепипед $ADCD_1B_1C_1D_1$.
Сделайте рисунок.

- 1) Обведите разным цветом одинаковые рёбра.
- 2) Найдите длину ломаной $DCC_1D_1A_1$, если $AB = 5,5$ см, $AD = 2AB$, $AA_1 = 6,3$ см.
- 3) Найдите площадь грани AA_1DD . Укажите грань параллелепипеда, которая имеет такую же площадь.
- 4) Какой длины понадобится проволока, чтобы изготовить модель такого параллелепипеда?

Ответ: 2) 28,3 см; 3) $69,3 \text{ см}^2$; 4) 91,2 см

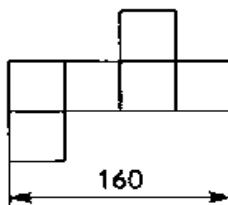
12. Дан прямоугольный параллелепипед $MNPKM_1N_1P_1K_1$, $MNPK$ — квадрат стороной 1,2 дм и MM_1 — 4,6 дм. Сделайте рисунок.

- 1) Обведите разным цветом одинаковые рёбра.
- 2) Какой длины понадобится проволока, чтобы изготовить модель такого параллелепипеда?
- 3) Найдите площадь полной поверхности этого прямоугольного параллелепипеда.
- 4) Найдите объём прямоугольного параллелепипеда.

Ответ: 2) 35 см; 3) $24,96 \text{ см}^2$; 4) $5,52 \text{ см}^3$

13. Дана развертка куба. Указанный размер дан в сантиметрах. Найдите объём данного куба. Ответ дайте в кубических метрах.

Ответ: $0,064 \text{ м}^3$



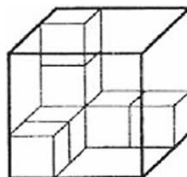
14. Стекланный куб заполнен кубическими дециметрами. Проанализируйте рисунок и заполните пропуски в тексте.

- 1) Ребро данного куба имеет длину _____.
- 2) Площадь каждой грани равна _____.
- 3) Площадь полной поверхности куба равна _____.
- 4) Объём куба равен _____.

5) Для заполнения оставшегося свободного объёма ещё требуется _____ дм³.

Ответ:

- 1) 3 дм 2) 9 дм³ 3) 54 дм²
4) 27 дм³ 5) 20 дм³



15. Ширина прямоугольного параллелепипеда равна 15 см, длина на 5 см больше ширины, а высота в 2 раза больше длины. Найдите площадь полной поверхности, объём прямоугольного параллелепипеда. Какой длины понадобится проволока, чтобы изготовить модель такого параллелепипеда?

Ответ: 3400 см²; 1200 см³; 300 см

16. Длина прямоугольного параллелепипеда равна 20 см, ширина составляет $\frac{2}{5}$ длины, а высота $\frac{7}{4}$ длины. Найдите площадь полной поверхности и объём прямоугольного параллелепипеда. Какой длины понадобится проволока, чтобы изготовить модель такого параллелепипеда?

Ответ: 904 см²; 2240 см³; 168 см

17. Ширина прямоугольного параллелепипеда равна 20,5 см, длина на 5,3 см больше ширины, а высота в 2 раза больше ширины. Найдите площадь полной поверхности, объём прямоугольного параллелепипеда. Какой длины понадобится проволока, чтобы изготовить модель такого параллелепипеда?

Ответ: 4854,4 см²; 21 684,9 см³; 349,2 см

Библиографический список

1. *Виленкин Н. Я.* Математика: 5 кл. / Н. Я. Виленкин, В. И. Жохов, А. С. Чесноков. — М.: Мнемозина, 2014.
2. *Выговская В. В.* Сборник практических задач по математике: 6 кл. — М.: Мнемозина, 2012.
3. *Гусев В. С.* Математика: сборник геометрических задач: 5–6 кл. — М.: Экзамен, 2011.
4. *Едуш О. Ю.* Математика: 5 кл.: подсказки на каждый день: 1 полугодие / О. Ю. Едуш, Т. Ю. Угроватова. — М.: Владос, 1999.
5. *Едуш О. Ю.* Математика: 5 кл.: подсказки на каждый день: 2 полугодие / О. Ю. Едуш, Т. Ю. Угроватова. — М.: Владос, 1999.
6. *Лебединцева Е. А.* Математика: 5 кл. Тетр. 1: Задания для обучения и развития учащихся / Е. А. Лебединцева, Е. Ю. Беленкова. — М.: Интеллект-Центр, 2008.
7. *Лебединцева Е. А.* Математика: 5 кл. Тетр. 2: Задания для обучения и развития учащихся / Е. А. Лебединцева, Е. Ю. Беленкова. — М.: Интеллект-Центр, 2008.
8. *Мерзляк А. Г.* Сборник задач тематического оценивания по математике для 5 кл. / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонский, Е. М. Рабинович, М. С. Якир. — Харьков: Гимназия, 2005.
9. *Мерзляк А. Г.* Математика: 5 класс: учеб. / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонский, М. С. Якир. — М.: Вентана-Граф, 2013.
10. *Смирнова Е. С.* Самостоятельные и контрольные работы по математике: 5 кл. — М.: Перспектива, 2014.
11. *Шеврин Л. И.* Математика: учеб.-собеседник для 5 кл. сред. шк. / Л. И. Шеврин, А. Г. Гейн. — М.: Просвещение, 1994.
12. *Шуба М. Ю.* Занимательные задания в обучении математике: кн. для учителя. — М.: Просвещение, 1994.

Сведения об авторах



*ВЕГЕРЖИНСКАЯ
ОЛЬГА АЛЕКСАНДРОВНА*
руководитель группы,
учитель математики
МАОУ «Средняя школа № 1»,
г. Петропавловск-Камчатский



*ОБУХОВА
ИРИНА СТЕПАНОВНА*
учитель математики
МАОУ «Средняя школа № 1»,
г. Петропавловск-Камчатский



*РУСАНОВА
ВИКТОРИЯ ВИКТОРОВНА*
учитель математики
МАОУ «Средняя школа № 33
с углублённым изучением
отдельных предметов»,
г. Петропавловск-Камчатский



*ФОМИНА
НАТАЛЬЯ АЛЕКСЕЕВНА*
учитель математики
МАОУ «Средняя школа № 33
с углублённым изучением
отдельных предметов»,
г. Петропавловск-Камчатский



*ШЕВЧУК
АННА ЕВГЕНЬЕВНА*
учитель математики
МАОУ «Средняя школа № 27»,
г. Петропавловск-Камчатский

Учебное издание

ФГОС ООО:
формирование метапредметных умений
на уроках математики
5 класс

Дидактическое пособие

Ответственный редактор
Алла Владимировна Шохина

Авторы-составители:
Анна Евгеньевна Шевчук,
Наталья Алексеевна Фомина,
Виктория Викторовна Русанова,
Ирина Степановна Обухова,
Ольга Александровна Вегержинская

Издательство

КГАУ ДПО «Камчатский институт развития образования»
683000, г. Петропавловск-Камчатский, ул. Набережная, 26
Тел. 8(415-2) 420-862, e-mail: izdat@kamchatkairo.ru

Редактор Е. В. Тархова
Технический и художественный редактор М. А. Острейко

Подписано в печать 02.08.2017. Заказ № 1486. Формат 60 × 84¹/₁₆
Бумага офсетная. Печать цифровая. Гарнитура «Times New Roman»
Уч.-изд. л. 3,92. Усл. печ. л. 4,36. Тираж 50 экз.

Отпечатано в КГАУ ДПО «Камчатский ИРО»